

である． r_0 が時々刻々変化し，その移動量がオイラー座標 $r = (x, z)$ から見て $O(a)$ の微小量とすると， $r = (x, z)$ のまわりにテイラー展開して

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) + (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) \cdot \nabla \mathbf{u} + O(a^3) \quad (3.36)$$

と表すことができる．ここで $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \nabla \Phi$ であるから， $O(a)$ での水粒子の軌道は (3.29) より

$$\left. \begin{aligned} (x_0 - x) &= \int \frac{\partial \Phi}{\partial x} dt = a \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - kx), \\ (z_0 - z) &= \int \frac{\partial \Phi}{\partial z} dt = a \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \cos(\omega t - kx) \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

となる．これより，有限水深での水粒子は楕円軌道を描くことがわかる．また波の進行方向が正の時には，水粒子の軌道をめぐる方向は時計まわりである．流速に関しては，波の山では波と同じ進行方向の速度をもち，波の谷では波の進行方向と逆方向になっている．

(3.37) を (3.36) の補正項に代入し，(3.24)，(3.29) を用いると

$$\begin{aligned} \frac{dx_0}{dt} &= a\omega \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cos(\omega t - kx) \\ &\quad + \frac{1}{2} \omega k a^2 \frac{\cosh 2k(z+h) - \cos 2(\omega t - kx)}{\sinh^2 kh} + O(a^3), \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\frac{dz_0}{dt} = -a\omega \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - kx) + O(a^3) \quad (3.39)$$

を得る．すなわち，水平方向の速度には時間に依存しない $O(a^2)$ の項があるため，水粒子の軌道は閉じず，平均的には水平方向に移動していくことがわかる．これをストークス・ドリフト (Stokes drift) という．

(3.38) を用いて 1 周期間の質量輸送量の平均値を計算してみる．時間平均は T を周期として

$$\bar{E} \equiv \frac{1}{T} \int_0^T E dt \quad (3.40)$$

で計算できるから

$$\bar{M} = \rho \int_{-h}^0 \frac{dx_0}{dt} dz = \frac{1}{2} \frac{\rho \omega a^2}{\tanh kh} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \frac{1}{c} \quad (3.41)$$