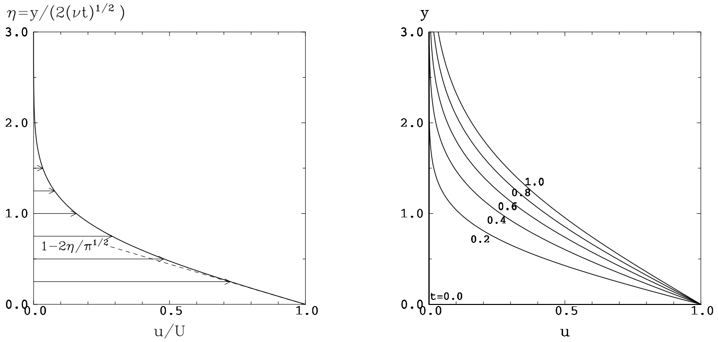


図 4.8 レイリーの流れの $u$ の分布: 無次元化したグラフ (左図) と $U=1$, $\nu=1$ の場合の時間変化の様子 (右図)

### 4.2.5 同軸円筒間のクエット流

ナヴィエ - ストークス方程式の平行流以外の厳密解として，同心円状の 2 次元流がある．このような流れを調べるには，連続の方程式およびナヴィエ - ストークス方程式を円柱座標で表した (4.20) ～ (4.23) を基礎方程式として用いるとよい．流れは $\phi$ 方向に一様 $(\partial/\partial\phi=0)$ で，同心円状 $(u_r=0)$ の，$r$ - $\phi$ 面内の 2 次元流 $(u_x=0)$ であり，設定の対称性から圧力も $\phi$ 方向に一様 $(\partial p/\partial\phi=0)$ としてよい．これらから連続の方程式 (4.20) は常に成り立ち，(4.21), (4.22), (4.23) は次のようになる．

$$0=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{4.51}$$

$$-\frac{u_\phi^2}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{4.52}$$

$$\frac{\partial u_\phi}{\partial t}=\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_\phi}{\partial r}\right)-\frac{u_\phi}{r^2}\right]. \tag{4.53}$$

まずその例として，内側の円筒は半径 $a_1$， 外側の円筒は半径 $a_2$ で，それぞれ一定の角速度 $\Omega_1$ および $\Omega_2$ で回転している時の，2 つの円筒の間にある流体の定常流を調べてみよう．定常な流れを考えるので，(4.53) の左辺を 0 とした

$$0=\nu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_\phi}{\partial r}\right)-\frac{u_\phi}{r^2}\right], \tag{4.54}$$