乱れによる熱のフラックスを支配する式

(5.33)×θ'+ (5.34)×u_i' の平均をとると得られる．

$$\frac{\partial \overline{\theta' u_i'}}{\partial t} + \overline{u_j}\frac{\partial \overline{\theta' u_i'}}{\partial x_j} = -\overline{u_i' u_j'}\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} - \overline{\theta' u_j'}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\theta' u_i' u_j'}}{\partial x_j}$$
$$-\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial \overline{p'\theta'}}{\partial x_i} - \overline{p'\frac{\partial \theta'}{\partial x_i}}\right] + \nu\overline{\theta'\frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j^2}} + \nu_\theta \overline{u_i'\frac{\partial^2 \theta'}{\partial x_j^2}}. \qquad (5.45)$$

演習 5.2

(5.43), (5.44), (5.45) を導け．

5.4 クロージャー

この章のはじめに書いたように，乱流では統計量，例えば速度や温度の平均がどのように変化していくか記述されればよい．そういう観点から (5.38) や (5.40) を見てみる．すると，流速や温度の平均 $\overline{u_i}$, $\overline{\theta}$ の時間発展を求めるためには，$\overline{u_i}$ や $\overline{\theta}$ のデータだけでは不十分で，$\overline{u_i' u_j'}$ や $\overline{\theta' u_j'}$ など変動の 2 次の相関を知る必要があることがわかる．つまり，平均量 $\overline{u_i}$, $\overline{\theta}$ だけでは方程式が閉じないのである．それでは 2 次の相関量 $\overline{u_i' u_j'}$ や $\overline{\theta' u_j'}$ の時間発展も一緒に求めてやろうということで，2 次の相関を支配する方程式 (5.44), (5.45) を見ると，今度は $\overline{u_i' u_j' u_k'}$ や $\overline{\theta' u_i' u_j'}$ 等の 3 次の相関が現れてくる．このように乱れの高次の性質を求めようとするとさらに高次のモーメントが必要となり，どこまでいっても方程式系は閉じない．

そこで，なんらかの仮定を設けてどこかでこの連鎖を断ち切らなければならない．これを乱流モデルによる**完結問題**または**クロージャー問題** (closure problem) と呼ぶ．以下では，乱流の平均統計量を支配する方程式を完結させる（閉じさせる）方法の代表的なものを紹介する．

渦粘性係数

分子運動による運動量，熱（あるいは物質）の輸送量はそれぞれ，動粘性係数 ν，熱の分子拡散係数 ν_θ を用いて $\nu\partial u_i/\partial x_j$, $\nu_\theta\partial\theta/\partial x_j$ と表される．この分子粘性や分子拡散のアナロジーから，乱流による運動量の輸送量 $\rho\overline{u_i' u_j'}$ や熱輸送量 $\overline{\theta' u_j'}$ に対しても平均量の勾配に比例すると仮定することにより乱流の完