とよぶ）や，考える現象が準地衡流的（7.4.4 節参照）なものに限られていれば**準地衡流方程式** (quasi-geostrophic equation) を使うことが多いが，これらの近似方程式系は水平スケールが鉛直スケールよりずっと大きい時にしか成り立たない．そのため，水平スケールが数 km 程度になって，鉛直スケールと同程度の現象については，大気ならば非弾性近似，海洋ならばブシネスク近似がよく用いられる．もちろん音波も扱う必要があるのならば，さらに近似を取り払って圧縮性流体の方程式系をそのまま用いることになる．

6.4 内部重力波

流体が成層している時，重力を復原力とする波は鉛直方向にも伝わる．この節では，成層流体中に存在するそのような波の性質を調べよう．基本方程式は重力の影響下にある粘性と拡散の無視できるブシネスク流体を考える．(6.33), (6.34), (6.38) の粘性項を省いて成分ごとに書き下すと

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0, \tag{6.50}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{6.51}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{6.52}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{\rho}{\rho_0}g, \tag{6.53}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}+v\frac{\partial \rho}{\partial y}+w\frac{\partial \rho}{\partial z}=0 \tag{6.54}$$

となる．圧力と密度は，静止場において静水圧の関係

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{d\overline{p}}{dz}=-\frac{\overline{\rho}}{\rho_0}g \tag{6.55}$$

を満たさなければならない．各変数を $u=u'$, $v=v'$, $w=w'$, $p=\overline{p}+p'$, $\rho=\overline{\rho}+\rho'$ とおいて基本方程式に代入し，2 次の微小量を無視すると

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0, \tag{6.56}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}, \tag{6.57}$$