

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad (6.58)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g \quad (6.59)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{\rho_0 N^2}{g} w' = 0 \quad (6.60)$$

となる。ただし、ブシネスク流体のプラント ヴァイサラ振動数の表式 (6.37) を用いて $N^2 \equiv -(g/\rho_0)d\bar{\rho}/dz$ としているが、簡単のため、この N は一定であると仮定する。解を $u'(x, y, z, t) = \hat{u} \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)]$ のような形におくと、

$$ik_x \hat{u} + ik_y \hat{v} + ik_z \hat{w} = 0, \quad (6.61)$$

$$-i\omega \hat{u} = -\frac{1}{\rho_0} ik_x \hat{p}, \quad (6.62)$$

$$-i\omega \hat{v} = -\frac{1}{\rho_0} ik_y \hat{p}, \quad (6.63)$$

$$-i\omega \hat{w} = -\frac{1}{\rho_0} ik_z \hat{p} - \frac{\hat{\rho}}{\rho_0} g, \quad (6.64)$$

$$-i\omega \hat{\rho} - \frac{\rho_0 N^2}{g} \hat{w} = 0. \quad (6.65)$$

$ik_x \times (6.62) + ik_y \times (6.63) + i\omega \times (6.61)$ より \hat{u}, \hat{v} を消去すると、

$$-k_z \omega \hat{w} = \frac{1}{\rho_0} (k_x^2 + k_y^2) \hat{p}, \quad (6.66)$$

一方、 $i\omega \times (6.64) + (g/\rho_0) \times (6.65)$ より $\hat{\rho}$ を消去すると、

$$(\omega^2 - N^2) \hat{w} = \frac{k_z \omega}{\rho_0} \hat{p} \quad (6.67)$$

となるので $-k_z \omega \times (6.66) + (k_x^2 + k_y^2) \times (6.67)$ から \hat{w} のみに関する方程式

$$\omega^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \hat{w} - N^2 (k_x^2 + k_y^2) \hat{w} = 0 \quad (6.68)$$

を得る。これより分散関係は

$$\omega^2 = \frac{N^2 k_h^2}{k_h^2 + k_z^2}$$