$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{x} = d\tilde{\boldsymbol{x}}, \quad t = \frac{d^2}{\nu}\tilde{t}, \quad \boldsymbol{u} = \frac{\nu}{d}\,\tilde{\boldsymbol{u}}, \quad T - T_w = (T_w - T_c)\,\tilde{T}, \\ &p + \rho_0 g z\left[1 - \alpha_0(T_w - T_0)\right] = \rho_0\frac{\nu^2}{d^2}\tilde{p}. \end{aligned}\right\} \tag{6.83}$$

(6.78) を (6.76) に代入して ρ を消去した基礎方程式に，(6.83) を代入して得られる無次元方程式は

$$\tilde{\nabla}\cdot\tilde{\boldsymbol{u}} = 0, \tag{6.84}$$

$$\frac{\partial\tilde{\boldsymbol{u}}}{\partial\tilde{t}} + (\tilde{\boldsymbol{u}}\cdot\tilde{\nabla})\tilde{\boldsymbol{u}} = -\tilde{\nabla}\tilde{p} + \tilde{\nabla}^2\tilde{\boldsymbol{u}} + \frac{Ra}{Pr}\tilde{T}\boldsymbol{e}_z, \tag{6.85}$$

$$\frac{\partial\tilde{T}}{\partial\tilde{t}} + (\tilde{\boldsymbol{u}}\cdot\tilde{\nabla})\tilde{T} = \frac{1}{Pr}\tilde{\nabla}^2\tilde{T} \tag{6.86}$$

となる．ただし

$$Pr \equiv \frac{\nu}{\kappa}, \quad Ra \equiv \frac{\alpha_0 g(T_w - T_c)d^3}{\nu\kappa} \tag{6.87}$$

は**プラントル数** (Prandtl number)，**レイリー数** (Rayleigh number) と呼ばれ，この系を特徴づける無次元数となる．なお，境界条件は次式となる．

$$\tilde{T} = 0 \quad \text{at } \tilde{z} = 0, \quad \tilde{T} = -1 \quad \text{at } \tilde{z} = 1, \tag{6.88}$$

$$\tilde{w} = \frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{z}} = \frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{z}} = 0 \quad \text{at } \tilde{z} = 0,\,1\,. \tag{6.89}$$

6.5.3 基本場

この問題設定では，それが安定か不安定かは別として，静水圧平衡にある静止解が存在する．ここではまずこの静止解を記述しておこう．

静水圧平衡の解だから $\tilde{\boldsymbol{u}}$ は 0 となり，他の変数も $\tilde{z}$ のみの関数となる．この仮定によって，無次元化した方程式 (6.84) ～ (6.86) のうち，(6.85) の $\tilde{x}, \tilde{y}$ 成分と (6.84) は常に成立し，残りの 2 式は

$$0 = -\frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} + \frac{Ra}{Pr}\tilde{T}, \tag{6.90}$$

$$0 = \frac{1}{Pr}\frac{d^2\tilde{T}}{d\tilde{z}^2} \tag{6.91}$$