た場合には上の議論が成立するが，逆に凹凸を与えずに流速分布を変化させる場合には，分布の空間スケールが小さい方が地衡流平衡に達しやすくなる (例えば長波長の流速分布を初期に与えた場合については，7.4.2 節 の慣性振動を参照せよ).

なお，$L \gg a_{\mathrm{R}}$ なら，ロスビー数について $U/(|f_0|L) \ll U/(|f_0|a_{\mathrm{R}}) = U/\sqrt{gH}$ の関係が成立する．右辺は**フルード数** (Froude number) であり，今は U が小さい場合を対象としているので 1 より小さくなり，したがってロスビー数は非常に小さくなる．これより，$L \gg a_{\mathrm{R}}$ という仮定と，ロスビー数が小さいという仮定は，矛盾なく両立する．

7.3.2 テイラー - プラウドマンの定理

さて，(7.42) を鉛直成分 z で微分してみよう．静水圧の (7.21) を使うと，

$$-f_0 \frac{\partial v_{\mathrm{g}}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} = -\frac{\partial g}{\partial x} = 0 \tag{7.47}$$

が得られる．同様に (7.43) からは

$$\frac{\partial u_{\mathrm{g}}}{\partial z} = 0 \tag{7.48}$$

が導かれる．ところで，$-\partial(7.42)/\partial y + \partial(7.43)/\partial x$ を計算すると，

$$f_0 \left(\frac{\partial u_{\mathrm{g}}}{\partial x} + \frac{\partial v_{\mathrm{g}}}{\partial y} \right) = 0 \tag{7.49}$$

となる．これと連続の方程式 (7.22) から，鉛直流に関して

$$\frac{\partial w_{\mathrm{g}}}{\partial z} = 0 \tag{7.50}$$

も導かれる．したがって，(7.47)，(7.48)，(7.50) から，地衡流速の 3 成分すべてに関して，鉛直方向の変化がないことがわかる．これを，**テイラー - プラウドマンの定理** (Taylor-Proudman's theorem) という．

[Note - 7.7]

ところで，もし密度 ρ が一定でない成層流体だったら，この結論はどうなるだろうか．まず，(7.42) の z 微分は，

$$-f_0 \frac{\partial v_{\mathrm{g}}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) \tag{7.51}$$