[演習 6.3] $-c_p\theta\nabla\Pi+\boldsymbol{g}$

$$= -\underbrace{c_p\theta_0\nabla\Pi_h}_{\boldsymbol{g}} -(\theta'/\theta_0)\underbrace{c_p\theta_0\nabla\Pi_h}_{\boldsymbol{g}} -c_p\theta_0\nabla\Pi_d-(\theta'/\theta_0)c_p\theta_0\nabla\Pi_d+\boldsymbol{g}$$

$$= -(\theta'/\theta_0)\boldsymbol{g}-c_p\theta_0\nabla\Pi_d-\overbrace{(\theta'/\theta_0)c_p\theta_0\nabla\Pi_d}^{\text{第 2 項に比べて小さいから無視}} \sim -(\theta'/\theta_0)\boldsymbol{g}-c_p\theta_0\nabla\Pi_d.$$

[演習 6.4] $\omega=0$ より $U=\mp N/(k_x^2+k_z^2)^{1/2}$ となるが, これより複号は下の方をとらなければいけないことがわかる. よって $c_{gx}-U=-Nk_z^2/(k_x^2+k_z^2)^{3/2}<0$, $c_{gx}=N/(k_x^2+k_z^2)^{1/2}-Nk_z^2/(k_x^2+k_z^2)^{3/2}=Nk_x^2/(k_x^2+k_z^2)^{3/2}>0$. また $c_{gz}=Nk_zk_x/(k_x^2+k_z^2)^{3/2}>0$ より k_x と k_z は同符号.

[演習 6.5] $dRa/d\tilde{k}_h=2(\pi^2+\tilde{k}_h^2)^2(2\tilde{k}_h^2-\pi^2)/\tilde{k}_h^3$ だから, 最小になるのは $\tilde{k}_h=\pi/2^{1/2}$ の時. この時 $Ra\,(\tilde{k}_h{=}\pi/2^{1/2})=(\pi^2+\pi^2/2)^3/(\pi^2/2)=27\pi^4/4$.

[演習 6.6] $w'=0$ は自明. (6.101) より $T'=0$ が $(\partial/\partial\tilde{t}-\tilde{\nabla}^2)\tilde{\nabla}^2w'=0$ になることもすぐわかる. 粘着条件では $\tilde{x}$, $\tilde{y}$ 方向に広がる境界上ではどこでも $u'=v'=0$ だから, $\partial u'/\partial\tilde{x}=\partial v'/\partial\tilde{y}=0$ となり, 連続の方程式より $\partial w'/\partial\tilde{z}=0$ となる.

第 7 章　回転流体の力学

[演習 7.1] コリオリ力は流速に対して直交するので，コリオリ力と流速の内積は 0 となる．よって，仕事はしない．

[演習 7.2] 流速のスケールを U，地球半径を R とすると，メトリック加速度とコリオリ加速度の比が 1 程度になるのは，$\frac{U^2}{R}/2\Omega U=U/(2\Omega R)\simeq 1$，つまり U が $2\Omega R$ 程度以上の場合である．$\Omega=2\pi/24/3600$ rad s^{-1} と $R=6.4\times10^6$ m より，$U\gg 9.3\times10^2$ m s^{-1} の場合となる．

[演習 7.3] $|fU|=g$ となるように流速スケール U を求めると，最低でも $g/2\Omega$ 以上，つまり g=9.8 m s^{-2}，$\Omega=2\pi/24/3600$ rad s^{-1} とすると，6.7×10^4 m s^{-1} もの速さが必要になる．

[演習 7.4] 絶対渦位が保存するので，$\frac{D_{\bar{h}}}{Dt}\left(\frac{f+\bar{\zeta}}{h}\right)=0$ である．流れの水平スケールが大きいので渦度 $|\bar{\zeta}|$ は小さくなると考えられ，ある程度 $|f|$ の大きな中高緯度では $f+\bar{\zeta}\simeq f$ と近似できる．また，水深の深い外洋域では $h=H+\eta\simeq H$ となるので，絶対渦位は f/H と近似できる．f も H も時間の関数ではないので，$\frac{D_{\bar{h}}}{Dt}\left(\frac{f}{H}\right)=\boldsymbol{u}\cdot\nabla\left(\frac{f}{H}\right)=0$ となり，f/H の等値線と流れは平行する．

[演習 7.5]

1. $f=2\Omega\sin\varphi$ と $\beta=(2\Omega/R)\cos\varphi$ を用い，$\Omega=2\pi/24/3600$ rad s^{-1} と $R=6.4\times10^6$ m より，赤道では $f_0=0$ s^{-1}，$\beta_0=2.3\times10^{-11}$ m^{-1}s^{-1}，北極では $f_0=1.5\times10^{-4}$ s^{-1}，$\beta_0=0$ m^{-1}s^{-1} となる．
2. 上式の f と β を代入して，両辺を $\cos\varphi(>0)$ で割れば $\tan\varphi>L/R$ の条件が求まる．従って，赤道の南北各 8.8° の低緯度域を除けば成立する．

[演習 7.6] 流速を U，幅を L と書けば，η の偏差量は f_0UL/g となる．所定の量を代入していくと，およそ 0.7 m となる．

[演習 7.7] $f_0=-|f_0|$ に変更される．$\sqrt{-i}=(1-i)/\sqrt{2}$ なので，$\boldsymbol{B}$ の虚数の係数が逆符号になり，これに応じて $\boldsymbol{A}$ の指数部も逆符号となる．結局,「時計回り」が「反時計周り」に変更となる．