有限振幅磁気流体波動の Vlasov simulation

九州大学総合理工学府
大気海洋環境システム学専攻
複雑系物理学研究室
M1　神代　天

2007/08/28
夏の学校　in 志賀島

発表内容

- 研究の背景と目的
- Vlasov simulation？？
- 方程式系
- Simulation の手法とコードの流れ
- 現在までの研究の結果
- これからの研究計画

研究の背景と目的

- 宇宙プラズマ中には様々な磁気流体波動が存在し、詳しく解析されていない現象や解明されていない現象が多くある。
- それらプラズマ中の波動を解くためのツールとしてブラソフコードに着目し、新たなコードを独自に開発している。
- はじめはコードとしての精度・再現性の検証をしていき、将来的には開発したブラソフコードを用いて宇宙プラズマ中の磁気流体波動の解析を行っていく。

Vlasov simulation??

- 低ノイズでの数値解析が可能。

→　今までノイズに隠れて見えなかった微細な情報が得られるかもしれない！

- 計算機能力の向上、計算スキームの発展により将来的に有望なシミュレーション手法である。
- 比較的新しいシミュレーション手法である。

Vlasov simulation??

- 太陽風中の準平衡伝播するMHD波動を解析対象とする。
- 空間1次元、速度空間3次元の系を考える。
- 縦方向はVlasov方程式、横方向はMHD近似を用いて解く、Vlasov-MHDコード。
- イオンに注目し、方程式系をイオンスケールで解くことで、イオン音波とAlfven波が伝播するような条件でシミュレーションを行う。（電子は流体的に扱う。）

方程式系　～part.1～

イオン　：　縦方向

Vlasov方程式　・・・　$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_x\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{e}{m_i}\left(E_x+u_yB_z-u_zB_y\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}=0$$

$$f=f(x,v_x,t)=f_0+f_1$$

0・・・平衡部分

1・・・摂動部分

$$f_0=\frac{1}{v_{th}\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{v_x{}^2}{v_{th}{}^2}\right)$$

Maxwellian

$$u=u(u_x,u_y,u_z)$$

Bulk velocity

方程式系　～part.2～

イオン　：　横方向

MHD方程式　・・・$n_i m_i \left(\frac{\partial u_\perp}{\partial t} + (u_x \cdot \nabla) u_\perp \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla p_\perp + n_i e (E_\perp + \nabla \times B)$

空間1次元で考えているので消える。

$$\frac{\partial u_\perp}{\partial t} = -u_x \frac{\partial u_\perp}{\partial x} + \frac{e}{m_i} (E_\perp + u \times B)$$

方程式系　～part.3～

電子　：　縦方向

MHD方程式　・・・ $n_e m_e \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} - n_e e \left(E_x + u_y B_z - u_z B_y \right)$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} - n_e e \left(E_x + u_y B_z - u_z B_y \right)$$

電子　：　横方向

MHD方程式　・・・ $n_e m_e \left(\frac{\partial u_\perp}{\partial t} + (u_x \cdot \nabla) u_\perp \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla p_\perp - n_e e \left(E_\perp + \nabla \times B \right)$

$$0 = -n_e e \left(E_\perp + \nabla \times B \right)$$

方程式系　～part.4～

Maxwell方程式

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

変位電流は無視

$$c^2 \nabla \times B = 4\pi j$$

$$j = \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times B$$

$$j = -n_e e u_e + n_i e u_i$$

$$u_e = u_i - \frac{j}{n_i e}$$

$$\left(n_e \approx n_i \right)$$

方程式系　～まとめ 1～

ion

縦　…

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_x\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{e}{m_i}\left(E_x+u_yB_z-u_zB_y\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}=0$$

横　…

$$\frac{\partial u_\perp}{\partial t}=-u_x\frac{\partial u_\perp}{\partial x}+\frac{e}{m_i}\left(E_\perp+u\times B\right)$$

ele

縦　…

$$0=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_e}{\partial x}-n_ee\left(E_x+u_yB_z-u_zB_y\right)$$

横　…

$$0=-n_ee\left(E_\perp+\nabla\times B\right)$$

方程式系　～まとめ 2～

方程式を規格化してまとめると･･･

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \left(e_x + u_y b_z - u_z b_y\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}$$

$$e_x = -u_y b_z + u_z b_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2} + p_e\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2} + T_e \rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}$$

電子は等温と仮定

$$p_e = \rho T_e$$

$$\frac{\partial b_\perp}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(u_x b_\perp - u_\perp\right)$$

$$\frac{\partial u_\perp}{\partial t} = -u_x \frac{\partial u_\perp}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial b_\perp}{\partial x}$$

これらがコード内で実際に解いている方程式！

イオン音波

イオンの運動方程式と連続の式より・・・

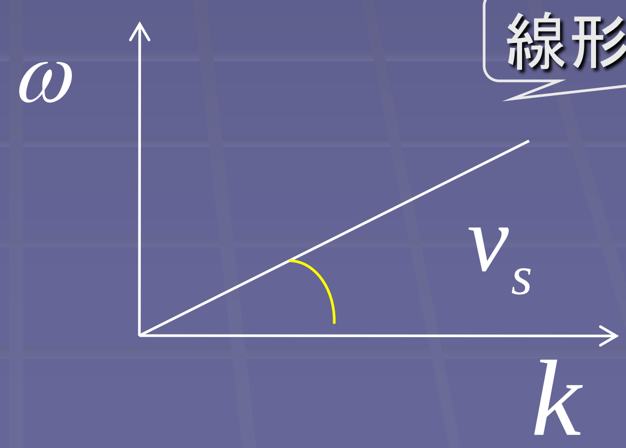
$$\frac{\omega}{k}=\left(\frac{k_B T_e+\gamma_i k_B T_i}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}}\equiv v_s$$

イオン音波の分散関係式

今、電子は等温としているので $\gamma_e=1$ になる。
さらに $T_e >> T_i$ より分散関係式は次のように書ける。

$$\frac{\omega}{k}=\sqrt{\frac{k_B T_e}{M_i}}\equiv v_s$$

線形分散関係！



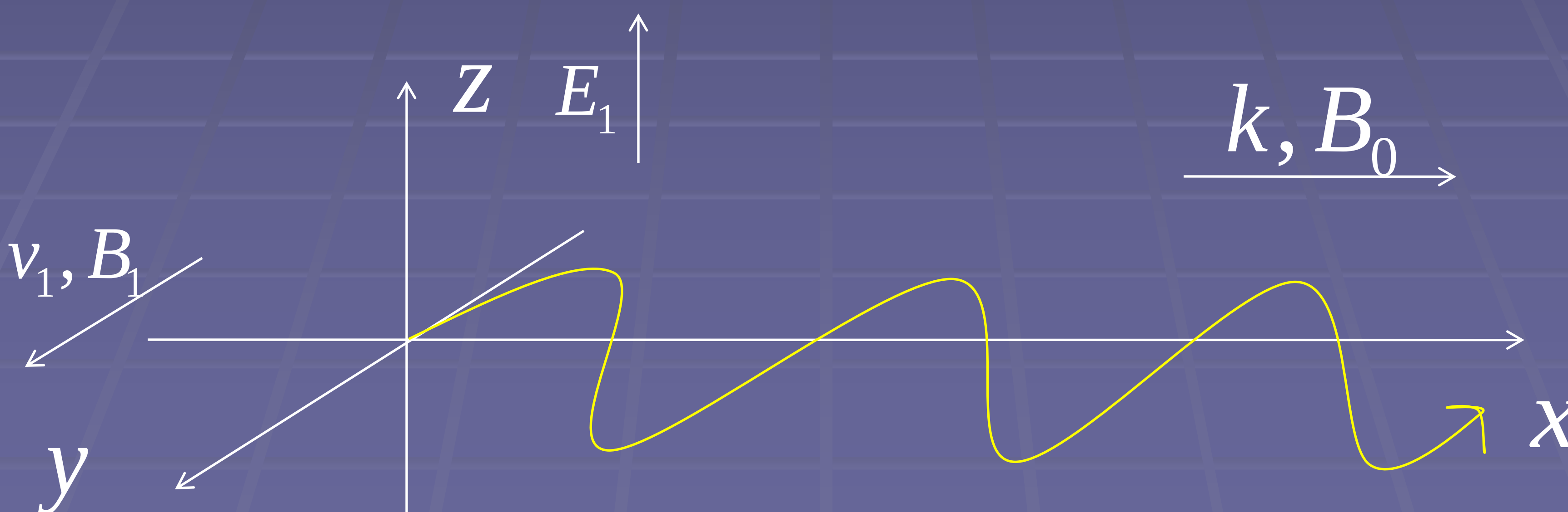
Alfven波

$$\frac{\omega}{k} = \frac{B_0}{(\mu_0 \rho)^{\frac{1}{2}}} \equiv v_A$$

Alfven波の分散関係式

Alfven velocity

$$\frac{B_1}{B_0} = -\frac{k v_1}{\omega} = \mp \frac{v'}{v_A}$$



Vlasov simulation　～Vlasov part～

- Vlasov方程式を分解

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2} + T_e \rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial t} = -v_x \dfrac{\partial f}{\partial x} & ① \\ \dfrac{\partial f}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{|b|^2}{2} + T_e \rho\right)\dfrac{\partial f}{\partial v_x} & ② \end{cases}$$

- 時間発展

分解して計算！

$$\underset{①}{\frac{\Delta t}{2}} \longrightarrow \underset{②}{\Delta t} \longrightarrow \underset{①}{\frac{\Delta t}{2}}$$

時間発展に関してはEuler法

Vlasov simulation ～Vlasov part～

- 密度・体積速度の計算

MHD part より

$$|b|^2 = b_y{}^2 + b_z{}^2$$

①
$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\rho = \int f dv_x$$

②
$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2} + T_e\rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}$$

①
$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x}$$

MHD part へ！

$$\rho = \int f dv_x \qquad u_x = \frac{1}{\rho}\int v_x f dv_x$$

Vlasov simulation　～MHD part～

- スペクトル法

（例）このような１次元の移流方程式を考えます。

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v\frac{\partial f}{\partial x}=0$$

差分法なら・・・

$$f_i^{t+1}=f_i^t-v\Delta t\frac{f_{i+1}^t-f_i^t}{\Delta x}$$（前進差分法）

スペクトル法では移流項をフーリエ変換して微分！

$$f=f'\exp\{i(kx-\omega t)\}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=ikf'\exp\{i(kx-\omega t)\}=ikf$$

逆フリーエ変換して、ここに戻す！

$$f_i^{t+1}=f_i^t-v\Delta t$$

Vlasov simulation　～MHD part～

$$u_x = \frac{1}{\rho}\int v_x f dv_x$$ (Vlasov part より)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial b_\perp}{\partial t} = -\dfrac{\partial}{\partial x}\left(u_x b_\perp - u_\perp\right) \\[2ex] \dfrac{\partial u_\perp}{\partial t} = -u_x \dfrac{\partial u_\perp}{\partial x} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial b_\perp}{\partial x} \end{cases}$$

フーリエ変換！！

微分！！

逆変換！！

コード内ではFFTを用いて変換する！
(FFT・・・Fast Fourier Transform)

$$|b|^2 = b_y{}^2 + b_z{}^2$$

(Vlasov part へ)

Vlasov simulation　～まとめ～

- 1step内でのコード進行

風上差分法

Vlasov part

$$\frac{\Delta t}{2} \qquad \frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\Delta t \qquad \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2} + T_e\rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}$$

$$\frac{\Delta t}{2} \qquad \frac{\partial f}{\partial t} = -v_x \frac{\partial f}{\partial x}$$

中心差分法

MHD part

$$\frac{\partial b_\perp}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(u_x b_\perp - u_\perp\right)$$

$$\frac{\partial u_\perp}{\partial t} = -u_x \frac{\partial u_\perp}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial b_\perp}{\partial x}$$

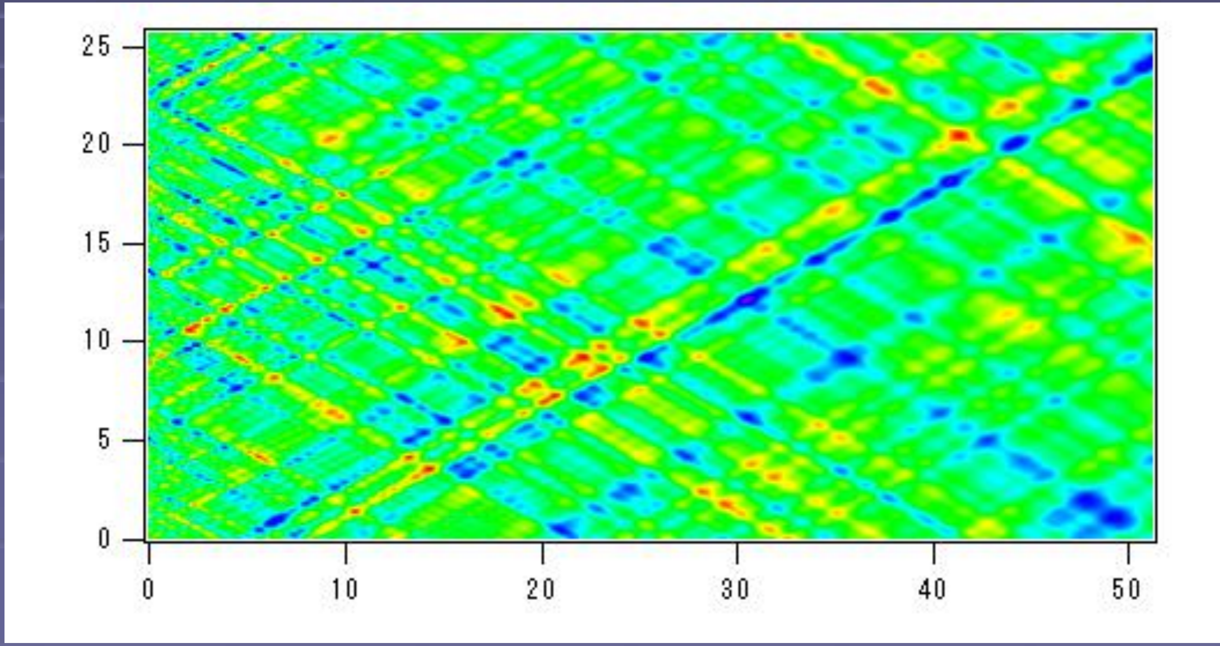
スペクトル法

現在までの研究結果

境界条件は周期境界条件

- 密度ρ （イオン音波　Te = 0.36）

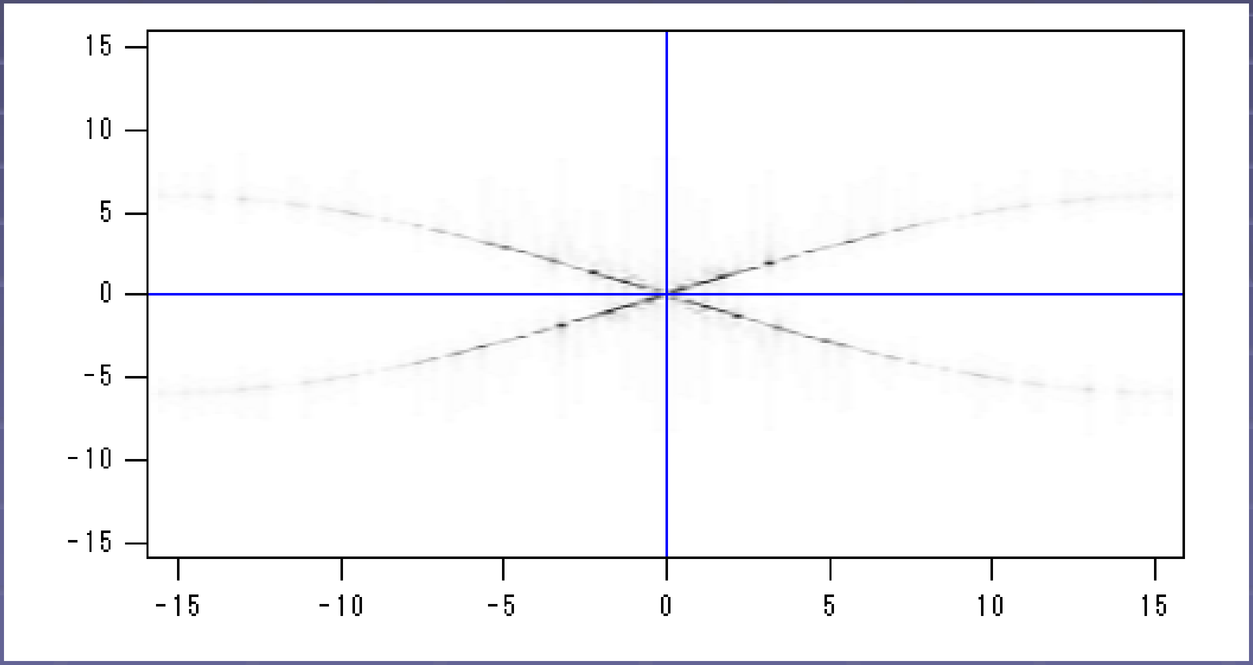
x



t

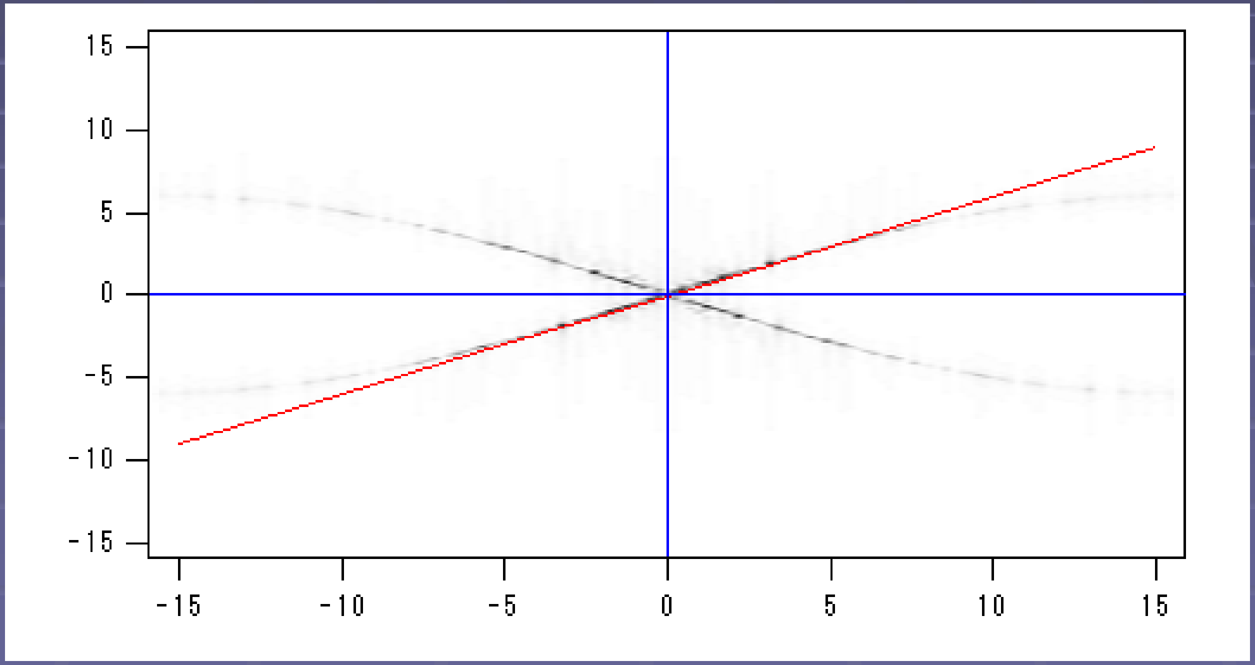
現在までの研究結果

- k-w空間　分散関係 （Te = 0.36）



現在までの研究結果

- k-w空間　分散関係　（Te = 0.36）



線形分散関係！

これからの研究計画

- ブラソフコードの改良
  - ・時間発展の解析手法の改良
  - ・補間法の改良
    - CIP (Cubic-Interpolated Pseudo-Particle Scheme)
    - PIC (Polynomial Interpolation for Conservation laws)
    - 風上差分 (MHD partに関して)
  - ・Vlasov-MHD → Vlasov code へ
- 様々な宇宙プラズマ中の波動・現象の解析

イメージ