有限振幅磁気流体波動のVlasov simulation

九州大学総合理工学府大気海洋環境システム学専攻
複雑系物理学研究室　M1　神代 天
E-mail : kuma-taka@esst.kyushu-u.ac.jp

Vlasov simulation??

Vlasov simulationは、Maxwell方程式とともにVlasov方程式の位相空間内での時間発展を直接解くことによりプラズマの振る舞いを求める、比較的新しいシミュレーション手法です。その数値的ノイズの低さから、PIC（particle-in-cell）シミュレーションではノイズに隠れて見えないような微細な情報を得ることができると考えられています。また、PICシミュレーションでの有限個の粒子数に起因する熱ゆらぎの影響から逃れることができるのもVlasov simulationの利点でです。その一方、特に多次元計算では莫大な計算機資源を必要とすることが欠点でありましたが、近年の計算機能力の向上及び計算スキームの発展にともない、今後多くの応用が期待されています。

基礎方程式

本研究では空間1次元、速度空間3次元の系を考え、縦方向の発展のみをVlasov方程式で解き、横方向はMHD近似で解くVlasov-MHDコードを開発しました。また、イオンスケールの現象を見るためにイオンについてのVlasov方程式系を解く一方、電子の熱速度は十分に大きくその質量は無視できるとして電子は流体的に扱っています。したがって、ここで考える基礎方程式は以下のようになります。

ion

縦 $$\frac{\partial f}{\partial t}+v_x\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{e}{m_i}\left(E_x+u_yB_z-u_zB_y\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}=0$$

横 $$\frac{\partial u_\perp}{\partial t}=-u_x\frac{\partial u_\perp}{\partial x}+\frac{e}{m_i}\left(E_\perp+u\times B\right)$$

ele

縦 $$\frac{\partial u_z}{\partial t}=\frac{e}{m_i}\left(E_z+u_xB_y-u_yB_z\right)$$

横 $$0=-n_e e\left(E_\perp+u\times B\right)$$

Maxwell

$$\nabla\times E=-\frac{\partial B}{\partial t}\qquad j=\frac{c^2}{4\pi}\nabla\times B\qquad u_e=u_i-\frac{j}{n_i e}$$

まとめると・・・

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial t}=-v_x\dfrac{\partial f}{\partial x}-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{|b|^2}{2}+T_e\rho\right)\dfrac{\partial f}{\partial v_x}\\[2mm] \dfrac{\partial b_\perp}{\partial t}=-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(u_xb_\perp-u_\perp\right)\\[2mm] \dfrac{\partial u_\perp}{\partial t}=-u_x\dfrac{\partial u_\perp}{\partial x}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial b_\perp}{\partial x}\end{cases}$$

Simulationの手法

- Vlasov方程式を2つに分解

$$\frac{\partial f}{\partial t}=-v_x\frac{\partial f}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2}+T_e\rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}\;\Rightarrow\;\begin{cases}①\;\dfrac{\partial f}{\partial t}=-v_x\dfrac{\partial f}{\partial x}\\[2mm] ②\;\dfrac{\partial f}{\partial t}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{|b|^2}{2}+T_e\rho\right)\dfrac{\partial f}{\partial v_x}\end{cases}$$

- 1step内でのコードの流れ

Vlasov part

$\frac{\Delta t}{2}$ $$\frac{\partial f}{\partial t}=-v_x\frac{\partial f}{\partial x}$$ （風上差分法）

$$\rho=\int f dv_x\qquad |b|^2=b_y^2+b_z^2$$

Δt $$\frac{\partial f}{\partial t}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{|b|^2}{2}+T_e\rho\right)\frac{\partial f}{\partial v_x}$$ （中心差分法）

$\frac{\Delta t}{2}$ $$\frac{\partial f}{\partial t}=-v_x\frac{\partial f}{\partial x}$$ （風上差分法）

$$\rho=\int f dv_x\qquad u_x=\frac{1}{\rho}\int v_x f dv_x$$

MHD part

$$\frac{\partial b_\perp}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(u_xb_\perp-u_\perp\right)$$

$$\frac{\partial u_\perp}{\partial t}=-u_x\frac{\partial u_\perp}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial b_\perp}{\partial x}$$

$$|b|^2=b_y^2+b_z^2$$

（疑似スペクトル法）

- 疑似スペクトル法

(例)1次元の移流方程式を考えてみます

$$\frac{\partial n}{\partial t}+v\frac{\partial n}{\partial x}=0$$

差分法では・・・

$$n_i^{t+1}=n_i^t-v\Delta t\frac{n_{i+1}^t-n_i^t}{\Delta x}$$

（前進差分法）

スペクトル法では・・・

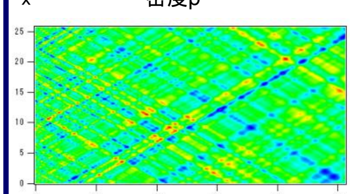
$$n=n'\exp\{i(kx-\omega t)\}$$ フーリエ変換を用いる

$$\frac{\partial n}{\partial x}=ikn'\exp\{i(kx-\omega t)\}=ikn$$ 微分する

逆フーリエ変換して戻し、時間発展を解く！

- 解析結果の紹介 （イオン音波 Te=0.36）

x　密度ρ



t

k-ω 空間(分散関係)