

# プラズマの多スケール乱流の統計理論について

SGEPSS波動分科会

2003年9月10-11日

九州大学応用力学研究所 伊藤早苗 (Sanae-I. ITOH)

## 1. 始めに

今世紀の物理学の進展のなかでプラズマ乱流と構造形成の問題は極めて興味深い展開を遂げてきた。実験室で詳細に研究されているプラズマや宇宙に満ちるプラズマの特徴は、種々の構造を持っていることであり、熱平衡状態からかけ離れたダイナミクスを示していることである。プラズマのなかでは、構造と乱流が相互に生み出し崩壊・消滅させる現象が不断に起きている。その機構を理解しプラズマを統べる法則を探究する活発な研究が行なわれている。[1]

乱流が不均一プラズマのなかで発生し異常輸送を起こすというのは高温プラズマの研究の中心をなす作業仮説である。ここに乱流と構造の典型的な例があるが、その機構の理解が近年進歩している。

不均一プラズマでは乱流揺動が発達する。乱流揺動があれば巨視的な輸送が起きることはよく知られている。乱流輸送はプラズマをより均一化し勾配を減らしていく。この考え方だけ取ると、不安定性が現れなくなるまで均一化が進み、「のっぺりした」状態へ移ると思うことになる。実際はそうではない。まず、不均一性が乱流揺動を抑えることがある。例は、電場構造による乱流抑制である。さらに、乱流揺動が存在するために構造が生まれる事もある。有名な例には地磁気のダイナモ現象があるが、巨視的な電場構造は、乱流粘性で失われるだけではなく、乱流によって生み出されてもいる。そしてプラズマ乱流はしばしば亜臨界乱流であり、線形不安定性では理解が得られない。「物質の第四の状態」に相応しい物理の方法は、このようなプラズマの特徴に理解を与えるものでなければならない。

理論研究の特に重要な課題は、乱流と構造の相互作用しあうプラズマに適用できるような統計力学を構築することである。磁化プラズマの強い亜臨界乱流の統計力学の進展[2-6]を紹介する。熱平衡状態を超えた乱流の統計力学が論じられる。そして線形応答理論に代表される従来の統計力学が如何に拡張されつつあるかを議論する。個別の配位に限らず普遍的な理解を生み出す方法論が生まれつつある事を強調したい。

## 2. 不均一プラズマの乱流統計力学

### 2.1 遠非平衡系に拡張された揺動散逸定理

強い亜臨界プラズマ乱流の統計理論を展開する。不均一性を持つプラズマ乱流の中で乱流揺らぎとそれの作る異常輸送が伴にささえあって乱流状態を維持するという描像のもとに自己維持乱流の理論を作成してきた[1]。その理論を拡張し、乱雑な自己ノイズの効果を含む統計理論を構築した[2-6]。テストモードに対してdragの効果を探り込み、残りを乱雑なノイズとみなしてランジュバン方程式を作り、その解から統計平均を導く。以下にそのフレームワークを論ずる。

不均一磁場中で圧力勾配を持つプラズマを考える。そこではマイクロな電流拡散によって生じる非線形インターチェンジモードが亜臨界乱流を作り得る[1]。場(ポテンシャルに基づく過度、電流 $J$ 、および圧力 $p$ )に対する一流体の簡約化されたMHD方程式を考える。形式的に線形項を $L^{(0)}$ 、非線形項を $M(\mathbf{J})$ と書くと、方程式は揺動場  $f = (\mathbf{J}, p)^T$  に対し

$$f_{t+\Delta^0} = N(\mathbf{j}) \quad (1)$$

となる。上記をフーリエ変換し、非線形項に対し射影オペレーター  $\rho_k$  を導入してdrag項  $\rho_k N_k$  を取り出し  $\rho_k N_k(\mathbf{f}_k) = -\sum_{i,k} M_{i,k} \mathbf{f}_k$  と表記し、残り  $\tilde{S} = (\mathbf{1}_k - \rho_k) N_k(\mathbf{j})$  をノイズとみなす。ここで

$$M_{i,k} = - \sum_{j,p,q} M_{i,kpq} M_{i,qkp}^* \left| \frac{\mathbf{f}_k}{v_p} \right| \quad (2)$$

は繰り込まれた実効的transfer rateである。(渦度に対してはしばしば渦減衰率と呼ばれる。) Langevin方程式として

$$f_{t+L} = \tilde{S} f, \quad L_{ij,k} = L_{ij,k}^{(0)} + \sum_{i,k} \tilde{S}_{ij} \quad (3)$$

を得る。乱流には正のリアプノフ指数を持つモードが多数ある(示量性の仮説)という仮説のもとで、 $\tilde{S}$  をGaussian white noiseと近似する。(  $\tilde{S}$  の自己相関時間が  $\mathbf{j}$  の相関時間より短いという近似。)  $\mathbf{j}$  を解くと

$$f(t) = \exp(-\sum_m t) f(0)^{(m)} + \int_0^t \exp[-\sum_m (t-\tau)] \tilde{S}(\tau) d\tau \quad (4)$$

を得る。ここで  $\sum_m$  は

$$\text{Det}(\mathbf{1} + \tilde{L}) = 0 \quad (5)$$

の非線形分散関係を与える固有値であり、第二項のオペレーターはスペクトル分解を用いて以下の様  
に書ける。

$$\exp[-\sum_m (t-\tau)] = \sum_{m=1} \mathbf{A}^{(m)} \exp(-\sum_m (t-\tau)) \quad (6)$$

固有値  $\sum_m$  に対応する射影演算子  $\mathbf{A}^{(1)}$  は

$$\mathbf{A}^{(1)} = \frac{(\sum_2 e^{-1})(\sum_{p-1})}{(\sum_2^{-1})(\sum_3^{-1})} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{-ik_{\parallel}}{e^{-1}} \\ \frac{ik_y p_0}{\sum_{p-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-ik_{\parallel}}{(k^2 + \sum_2)(e^{-1})} & \frac{-ik_y}{k^2(\sum_{p-1})} \end{pmatrix} \quad (7)$$

で与えられ、ランクは1であり、 $\text{Tr} \mathbf{A}^{(m)} = 1$ 、 $\mathbf{A}^{(m)} \mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{A}^{(m)} \delta_{m,n}$  を満たす。固有方程式の根  $\sum_m$  ( $m=1,2,3$ ;  $e_1 < e_2 < e_3$ ) も乱流状態の汎関数であり、乱流の統計量  $\langle \mathbf{f} \rangle$  や乱雑項  $\langle \tilde{S}_i \tilde{S}_j \rangle$ 、相関時間などとともにself-consistentに求める。

雑音  $\tilde{S}$  に対して対応する変換、 $\mathcal{S}^{(m)}(\tau) = (1 + ia^{(m)} - ib^{(m)}) \{ \tilde{S}(\tau) + \tilde{S}_{ih}(\tau) \}$  ( $a^{(m)} = -k_{\parallel} / (k^2 + \sum_2)(e^{-m})$ ,  $b^{(m)} = -k_y / k^2(\sum_{p-m})$ ) を施すと、自己相関について長時間統計平均

$$\langle \hat{v}^{(m)*} \hat{v}^{(m)} \rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{e(m)} |A_{11}^{(m)}|^2 \langle S^{(m)*} S^{(m)} \rangle \quad (8)$$

を得る。この結果は、乱流の強度スペクトルとノイズ強度と相関時間の関係を示すもので、揺動散逸定理（第二種）を遠非平衡系に拡張したものに当たる。

乱流自己ノイズの強度は

$$|A_{11}^{(l)}|^2 \langle S^{(l)*} S^{(l)} \rangle = C_0 \nu \langle \hat{v}_{k,k}^* \hat{v}_{k,k} \rangle \quad (9)$$

と評価される。 $C_0$  はオーダー 1 の数係数である。 $\nu$  は乱流渦粘性減衰率である。このノイズ強度の表式を(8)式に代入して乱流スペクトル  $I_1(k) = \langle \hat{v}^{(l)*} \hat{v}^{(l)} \rangle$  について

$$I_1(k) = \frac{C_0 \nu}{2} I_1(k) + \frac{\mu_{vc}}{1} \hat{T} \quad (10)$$

を得る。右辺第一項は非線形ノイズの励起を示し、第二項は熱揺動による励起を示す。この表式が揺動散逸定理の遠非平衡系への拡張版に当たる。相関時間は

$$\langle \hat{v}^{(l)*}(t) \hat{v}^{(l)}(t + \tau) \rangle = \langle \hat{v}^{(l)*} \hat{v}^{(l)} \rangle \exp(-\tau / \tau_c) \quad (11)$$

の関係式より、 $\tau_c^{-1}$  で与えられる。注意すべきは、不安定なシステムを扱うので、渦粘性減衰率  $\nu$  と非相関率  $\tau_c^{-1}$  は異なったものとして取り扱う事が重要である。

乱流レベル及びdecorrelation rateなどの統計量が非平衡パラメータ（例えば圧力勾配を示すパラメータ  $G_0 = \ln p - \ln B$ ）の関係として解ける。その例を示す。図1は揺動振幅を温度（熱揺動の励起源）と圧力勾配（乱流揺動の励起源）の関数として示すものであり、乱流状態の新たな相図である。

エネルギー流束  $q_{0,x}$  に対しては  $\tau_c^{-1}$  の項が重要で  $q_{0,x} = -k_y m \langle \hat{v}_k^{(l)*} \hat{v}_k^{(l)} \rangle$  の関係より

$$q_{0,x} = - \left\{ \frac{k_y^2}{p-1} I_1(k) \right\} R_0 \quad (12)$$

のように与えられる。具体的な応用が報文[2-6]に与えられている。

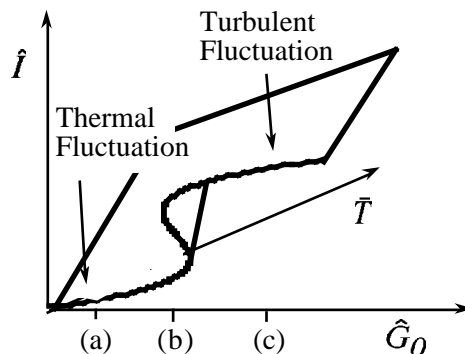


図1 揺動振幅を勾配と温度の関数であらわす。亜臨界乱流の場合、カスプをなす。

## 2.2 確率密度

最も不安定な分枝 ( $-1$ ) のみ励起されるとする簡単化を行うと、確率分布関数に対するFokker-Planck方程式

$$-\frac{dP}{dt} = -\left( \frac{1}{k} \frac{d}{dk} + \frac{1}{2} \hat{g}_k \frac{d^2}{dk^2} \right) P \quad (13)$$

を得る。乱雑力の振幅を  $\hat{S}_{jk} = \mathcal{U}(t)(g_{jk} + g_{th,jk})$  のように表すと、変換  $g_k = \left( \prod_{j=1}^3 A_1 g_{jk} \right)$  によって拡散係数が  $\hat{g}_k^2 = g_k^2 + g_{th,k}^2$  のように得られる。定常確率分布は

$$P_{eq}(\{k\}) = \tilde{P}_k \frac{1}{g_k} \exp \left\{ - \int \frac{1}{g_k} \frac{d}{dk} \left( \frac{1}{k} \frac{d}{dk} + \frac{1}{2} \hat{g}_k^2 \frac{d^2}{dk^2} \right) dk \right\} \quad (14)$$

で与えられる。そしてH-定理を示すことが出来る。この分布関数は遠方でべき分布を含む。熱平衡揺動の極限を取るとこの分布は

$$P_{eq}(\{E_k\}) = \frac{1}{T} \exp \left\{ - \sum_k \frac{E_k}{T} \right\} \quad (15)$$

となり ( $E_k$  は揺動の運動エネルギー) ボルツマン分布に移行する。実験で観測されるのは微小体積での平均値なので、粗視化した量

$$E = \frac{1}{2} \sum_k k^2 \quad (16)$$

に対するFokker-Planck方程式を導く。平均減衰率と拡散係数

$$\frac{1}{k} \frac{d}{dk} \left( \frac{1}{k} \frac{d}{dk} + \frac{1}{2} \hat{g}_k^2 \frac{d^2}{dk^2} \right)^{-1}, \quad g^2 = \frac{2\mu_{vc} \hat{T} k^4}{k} + \left( \prod_{j=1}^3 A_1 g_{jk} \right)^2 k^4 \quad (17)$$

を用い、次式のように与えられる。

$$-\frac{dP(E)}{dt} = -\frac{d}{dE} \left( 2E + \frac{1}{2} g \frac{d}{dE} g \right) P(E) \quad (18)$$

この式から、定常確率分布関数

$$P_{eq}(E) = \tilde{P} \frac{1}{g} \exp(-S(E)) \quad (19)$$

を得る。 $S(E)$  は拡張されたrenormalizeされた散逸率で与えられる実効ポテンシャル

$$S(E) = \int_0^E \frac{d}{dE} \left( 2E + \frac{1}{2} g \frac{d}{dE} g \right) dE \quad (20)$$

である。求まった確率分布は亜臨界励起を持つパラメーター領域では二重解の分布を示す2山になる。

( 図 2 に確率分布関数を例示する。それぞれ、熱平衡揺動、乱流揺動との共存状態、乱流揺動状態の場合である。 ) また特筆すべきは乱流のレベルの確率分布が巾乗のテイルを持つ分布となる。ゆらぎ部分もガウシアンからテイルを含んだ分布にずれる。乱流ゆらぎの巾乗分布が自然に求まる。

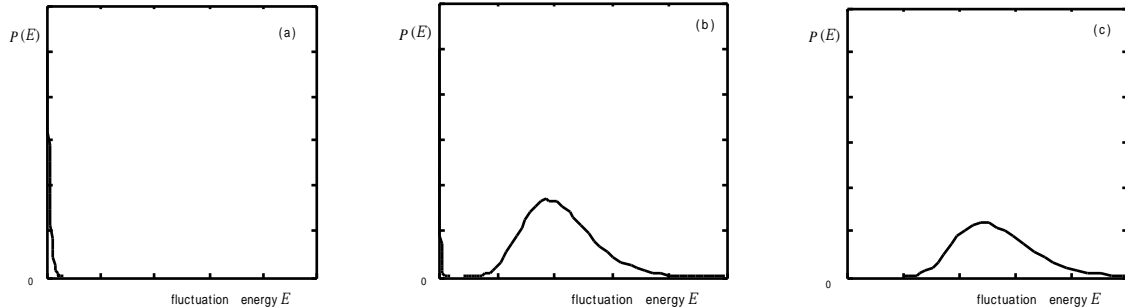


図 2 乱流振幅の確率分布関数。左から右へ勾配が大きい場合になり、熱揺動、熱揺動と乱流揺動の共存、乱流揺動のみ、の場合を示す。( (a)-(c)は図 1 を参照のこと。 )

### 2.3 最小原理

定常確率分布関数に関する(19)式の結果から、最尤状態を与える「最小原理」として

$$\left[ s(E) + \ln g \right] \text{ 最小} \quad (21)$$

を得る。乱流レベルの確率分布は拡張されたrenormalizeされた散逸率によって決まる。この散逸率は乱流レベル 0 の極限では非平衡統計力学の散逸揺動定理から帰着したものとなる。また乱流のノイズレベルも温度で決まってしまうと仮定すると、その極限では

$$s(E) = \int_0^E \frac{4}{g^2} F dE - \frac{1}{T_m} \int_0^E dE = \frac{1}{m} \left. \frac{s_{ent}}{t} \right|_{irr} \quad (22)$$

となりエントロピー生成率  $\left. \frac{s_{ent}}{t} \right|_{irr}$  に対応する。すなわち、熱平衡近傍では、(21)式はプリゴジンのエントロピー生成速度最少原理に帰着する。ここで得られた最小原理(21)式を、従来の非平衡系の物理を包含する一般化された新しい原理の仮説として提示する。

### 2.4 遷移確率

乱流状態の確率統計分布を上記のように求めることができる。準定常な揺らぎの状態は一つに限らず複数の状態が可能である。すると、一つの状態から他の乱流状態への遷移がおきるが、遷移は確率論的に起きる。その遷移確率を求める。

乱流状態の確率分布関数を与えるフォッカー・プランク方程式が導かれている。微小体積での平均値  $E$  にたいし定常確率密度関数は実効ポテンシャル  $s(E)$  を用い、(19)式で与えられる。 $s(E)$  はいくつかの極値を持ちうる。極値に対応し、非平衡準定常状態が与えられる。仮にA, B, Cという状態に  $s(E)$  の極値 (A, Bでは極小、Cでは極大) があるとしよう。その準定常状態A, Bの間の遷移確率を計

算する。極値 C 近傍でポテンシャルを

$$S(\hat{E}) - S(E_C) - \frac{1}{2} g^{-2}(E_C) (E_C - \hat{E})^2 \quad (23)$$

と展開し、状態 A での確率分布の幅  $E_A$  を用い、状態 A から状態 B への遷移確率

$$r_{A \rightarrow B} = \frac{\sqrt{g_0}}{2\sqrt{r}} \frac{1}{E_A} g(E_A) \exp\{S(E_A) - S(E_C)\} \quad (24)$$

を導くことが出来る。逆の遷移確率は次の式で与えられる

$$r_{B \rightarrow A} = \frac{\sqrt{g_0}}{2\sqrt{r}} \frac{1}{E_B} g(E_B) \exp\{S(E_B) - S(E_C)\} \quad (25)$$

この遷移確率公式の熱揺動の極限を取ると

$$r_{A \rightarrow B} = \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{E_C}{T}\right\} \quad (26)$$

となり、アレーニウスの法則を再現する。

状態 A, B が均等に実現する状態は条件

$$r_{A \rightarrow B} = r_{B \rightarrow A} \quad (27)$$

で与えられる。指数的依存性を考えると、等確率の条件は

$$\left[S(\hat{E}) + \ln g\right]_A = \left[S(\hat{E}) + \ln g\right]_B \quad (28)$$

となる。この条件は、Maxwell's construction を遠非平衡状態に拡張したものになっている。

(24) 式の遷移確率の結果を用い、非線型散逸型インターチェンジ・モードのような亜臨界励起乱流の励起の問題を考える。圧力勾配を示すパラメタ  $G_0$  に対し線系安定性の臨界値  $G_c$  があり、

$$G_0 > G_c \quad (29)$$

となると線系不安定になる。しかし、

$$G_0 < G_c \quad (30)$$

であっても、強い乱流が発達する事が示されている。峠点での振幅期待値

$$E_C - \left(\frac{\mu_{ec}}{4}\right) d^2 k_0^{4/3} \left(\hat{T}_m \frac{3}{16C_0}\right)^{-2/3} \left(1 - G_0/G_c\right) \quad (31)$$

が得られており  $(d^3 = \hat{T}_m \frac{3}{16C_0}) k_0 (L/a)^3, 3b_1 - (3k_0 / 16C_0)^{2/3} \hat{T}_m^{-1/3} (L/a)^2$  ) 遷移確率が

$$r_{A \rightarrow B} = \frac{m}{r} \left(\frac{\mu_{ec}}{2}\right)^{-2b_1} k_0^{-4b_1/3} \left(\hat{T}_m \frac{3}{16C_0}\right)^{2b_1/3} \left(1 - \frac{G_0}{G_c}\right)^{-b_1} \quad (32)$$

として得られる。臨界値  $G_c$  からの距離

$$(1 - G_0/G_c) \quad (33)$$

のべき分布として遷移確率が得られる。

この結果は、遠非平衡状態を記述する特徴的な結果であり、閉じ込めプラズマで観測される種々の遷移現象のダイナミクスを理解する基盤をなす。従来の熱平衡状態の統計力学とここで得られた遠非平衡状態の統計力学の結果を表 1 に比較してまとめる。微視的な乱流に限らず、構造相転移の場合 [7] や巨視的な不安定性の突発的励起 [8] の場合にも統計理論を構成し遷移確率を計算することができる。この方法論は、プラズマの諸現象に広く適用することができる。

## 2.5 多スケール乱流の理論

二つ以上の特徴的なスケール長を持つ多種の揺動が共存することがプラズマではしばしば起きる。それは、イオンサイクロトロン半径や、無衝突表皮長、電子サイクロトロン半径、など、特徴的な長さが存在し、それぞれに対応した揺動が生まれる事による。スケール長の異なる揺動同志の非線形相互作用があるので、新たな分岐が生まれ遷移が起きる。上に述べたの統計理論の枠組みを、多スケール乱流の場合に拡張することができる。その結果を簡単に紹介する。

一成分の場合と同様な方法によって、揺動スペクトル強度  $I$ 、非相関率  $\alpha$ 、および渦粘性減衰率  $\nu$  に対し結合方程式を導くことができる [9,10]。非線形過程を繰り込んだ固有値方程式は

$$\det \left( {}^l I + \Delta^{(0)} + \Gamma_{\theta}^l + \Gamma_{\theta}^l \right) = 0 \quad (34a)$$

$$\det \left( {}^h I + \Delta^{(0)} + \Gamma_{\theta}^h - D_{\theta}^h \right) = 0 \quad (34b)$$

となる。ここで添え字  $l$  および  $h$  は、波長の長い成分 (semi-micro と呼ぶ) と短波長成分 (micro と呼ぶ) を示す。  $(l)$  や  $(h)$  で記した添え字は、それぞれ起源が semi-micro および micro 成分から起因する事を示す。渦粘性減衰率と揺動スペクトルの関係は

$$l \left( \frac{l}{i} * + \frac{l}{ic} \right) - (k_0^l)^4 I_i^l + (k_0^l)^2 (k_0^h)^2 \frac{\frac{l}{i} * + \frac{l}{ic}}{\frac{h}{i} * + \frac{h}{ic}} I_i^h \quad (35a)$$

$$h \left( \frac{h}{i} * + \frac{h}{ic} \right) - (k_0^h)^4 I_i^h \quad (35b)$$

と拡張される。更に揺動散逸関係式から次の関係式が得られる。

$$\nu \left( {}^h \right) = \frac{C_0^h}{2} \frac{h}{v, k} \quad (36a)$$

$$\nu \left( {}^l \right) I_1^l = \frac{C_0^l}{2} \frac{l}{v} I_1^l + \frac{C_0^h}{2} \frac{h}{v} \left( \frac{k_0^l}{k_0^h} \right)^4 I_1^h \quad (36b)$$

これらの関係式から、相互の非線形関係を考慮した解析が可能になる。すなわち、semi-micro 成分が micro 成分を引き延ばすことで安定化すること、また semi-micro 成分の圧力変動に伴い、micro 成分がより不安定になりうることなどが考察され、一方、micro 成分による semi-micro 成分の減衰も考慮される。もちろん、semi-micro 成分内での乱流効果や micro 成分内での乱流効果は取り入れられている。

このシステムが新たな分岐を生むことを示す。例として、semi-micro成分はイオンサイクロトロン半径程度、micro成分は表皮長程度の揺動を考えよう。外部から不均一電場が印加され（強度を  $E_1 = \frac{1}{B} \frac{d}{dr} E_r$  で表現することにする）それによって揺動強度や輸送が変化する状況を考えてみよう。

$$e^{-l} = - \frac{l_0}{1 + \left( \frac{E_1 l}{E_c} \right)^2} + e^{-l} \quad (37a)$$

$$e^{-h} = - \frac{\frac{h_0}{2} \sqrt{1 + \left| k_0^2 / 2 \frac{l}{v} \right| \sqrt{l}}}{1 + \left( \frac{E_1 l}{E_c} \right)^2 + (k_0^2)^4 \left( \frac{h}{E_c} \right)^{-2} l} + e^{-h} \quad (37b)$$

このシステムは、相互の非線形効果を無視した場合の揺動強度で特徴づけられる。パラメタを乱流輸送係数

$$D^l = \frac{2}{2 - C_0^l} \frac{1}{k_0^2} \frac{l_0}{1 + \left( \frac{E_1 l}{E_c} \right)^2} \quad (38a)$$

$$D^h = \frac{2}{2 - C_0^h} \frac{1}{1 + \left( \frac{E_1 l}{E_c} \right)^2} \frac{h_0}{k_0^2} \quad (38b)$$

で選ぶことにする。結合がなければ解は

$$I^l = (D^l)^2 \quad I^h = (D^h)^2 \quad (39)$$

である。両者の非線形結合のために新たな遷移が生まれる。図3は、パラメタ  $D^h$  を固定し、 $D^l$  を増加させた場合の結果である。相互作用がなければ、両者共に成長し強い乱流レベルに達するはずである。しかし、 $D^l$  が低い場合は、micro成分が強く発達し、それがsemi-micro成分を抑制するので、semi-micro成分はクエンチされてしまう。一方、 $D^l$  が増加すると、semi-micro成分が現れ、それがmicro成分を抑制する。両者の入れ替わりは、亜臨界励起の形を取った遷移である。 $D^l - D^h$  空間では、カusp型の分岐が現れることが次の図4に示される。

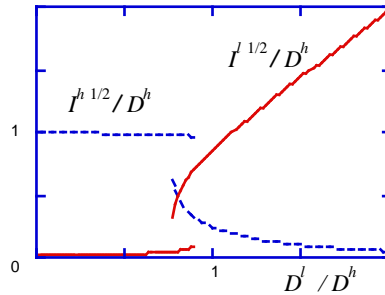


図3 異なるスケールの揺動からなる乱流で、micro成分（点線）とsemi-micro成分（実線）の分岐が起きる。



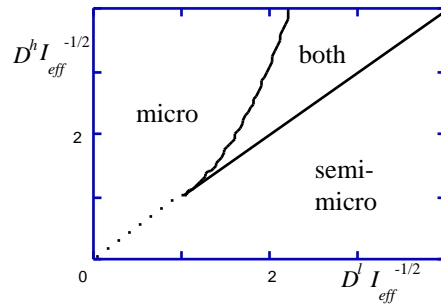


図4 異なるスケールの揺動からなる乱流でのカスプ型の分岐。"both"の領域では双方共存する。

こうした状況で遷移則を構成する事や遷移確率を求めることも可能である[11]。乱流が多様な起源を有することで新たな亜臨界励起のタイプの分岐が生まれ、その間の遷移が確率的に発生することは、プラズマのダイナミクスを理解する上で重要である。

### 3. まとめ

最近のプラズマの乱流や構造に関する研究の一部を紹介した。乱流の理論的理解には中性流体の乱流とプラズマの乱流との共通点が多い一方、プラズマに特有な場を通じた乱流構造の重要性などの違いもあり、普遍的理解を得る努力が今後いっそう重要になる。一例として最近レビューをまとめたもの(参考文献12,13)を紹介する。今後の物理学の展開する方向として乱流と構造形成の問題は重要な領域であり、人類の文化を貫く中心的研究課題「万物流転の法則」に答えるべく今後の展開が期待される。

謝辞：

この研究を行なうに当り、伊藤公孝教授、福山淳教授、矢木雅敏博士、吉澤徹教授、R. Balescu教授やその他の方々との議論や共同研究に負う所が大きい事を感謝いたします。ここで紹介したプラズマ乱流の統計理論は筆者がAlexander von Humboldt StiftungのHumboldt-PreisによってMax-Planck-Institut für Plasmaphysikにて始めた研究に基づいています。同財団および同研究所の援助に感謝します。また、この研究が文部省科学研究費の補助を受けたほか、九州大学応用力学研究所共同研究、核融合科学研究所共同研究の一環として支援を受けたことを併せて感謝いたします。

### 参考文献

- 1) K. Itoh K, S.-I. Itoh and A. Fukuyama: Transport and Structural Formation in Plasmas (IOP, Bristol, 1999).
- 2) S.-I. Itoh and K. Itoh: J. Phys. Soc. Jpn. 68 (1999) 1891.
- 3) S.-I. Itoh and K. Itoh: J. Phys. Soc. Jpn. 68 (1999) 2611.
- 4) S.-I. Itoh and K. Itoh: J. Phys. Soc. Jpn. 69 (2000) 408.
- 5) S.-I. Itoh and K. Itoh: J. Phys. Soc. Jpn. 69 (2000) 427.
- 6) S.-I. Itoh and K. Itoh: J. Phys. Soc. Jpn. 69 (2000) 3253.
- 7) S.-I. Itoh, et al.: Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 215001.
- 8) S.-I. Itoh, K. Itoh, M. Yagi: Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 045003
- 9) S.-I. Itoh and K. Itoh: Plasma Phys. Contr. Fusion 43 (2001) 1055.
- 10) S.-I. Itoh, et al.: Phys. Plasmas 9 (2002) 1947-1954.
- 11) K. Itoh, S.-I. Itoh, et al.: Plasma Phys. Control. Fusion 45 (2003) 911.
- 12) A. Yoshizawa, S.-I. Itoh, K. Itoh, N. Yokoi: Plasma Phys. Control. Fusion 43 (2001) R1.
- 13) A. Yoshizawa, S.-I. Itoh, K. Itoh: Plasma and Fluid Turbulence (IOP, England, 2002).

	<b>Near Thermodynamical Equilibrium</b>	<b>Far-non-equilibrium</b>
<i>Basic Assumption</i>	Stosszahl Ansatz; 1/ -expansion	Large degree of freedom with positive Lyapunov exponent
<i>Damping</i>	Molecular viscosity $\zeta = \mu_c k^2$	Nonlinear (eddy) damping $\zeta \sim N k^2 / B$
<i>Micro vs Macro</i>	$\mu_{micro} = \mu_{macro}$ Onsagar's Ansatz	Scale-dependent
<i>Excitation</i> (random) (coherent)	Thermal excitation -	Nonlinear drive Instability drive
<i>Decorrelation Rate</i>	$\zeta$	Nonlinear decorrelation $\zeta_1$
<i>Balance</i>	FD Theorem Einstein's relation	Extended FD Theorem $I \frac{\text{nonlinear noise}}{\text{nonlinear decorrelation}}$
<i>Partition</i>	Equi-partition $E_k = T k$	Nonlinear Balance $E_k \propto  k ^{-3}$
<i>Probability distribution function</i>	Boltzmann $P(E) \propto \exp(-E/k_B T)$	Integral of renorm. dissipation $P(E) \propto \exp(-S(E))/g$ power law tail
<i>Min./Max. principle</i>	Maximum Entropy/ Minimum entropy production rate	$S(E)$ minimum
<i>Phase boundary</i>	Maxwell's construction	$S(E_A) = S(E_B)$
<i>Transition probability</i>	$\ln(K) = -Q/T$ Arrhenius law	$K \propto \exp(-S(E_{saddle}))$ power law
<i>Transport Matrix</i>	Onsagar's symmetry	Not necessarily symmetric
<i>Interference of fluxes</i>	Curie's principle	interferences between heat, particle and momentum
<i>Transport coefficients</i>	independent of gradient	depend on gradient

表 1 熱平衡状態の統計力学と遠非平衡状態の統計力学の結果の比較 [12]