

# 地球衝撃波上流域における MHD 波動間の位相相関

古賀 大樹, 羽田 亨  
九大 総理工

## Abstract

The earth's foreshock is a region where particularly large amplitude MHD waves are commonly observed. They exhibit various waveforms, suggesting that nonlinear interaction between the waves is in progress. We introduce a method to quantitatively evaluate the strength of phase coherence among the waves from a given time series data. Besides we develop our method by applying wavelet filtering technique. From the analysis it was found that, although the turbulence is consisted of waves with a wide range of plasma rest frame frequencies, only those frequencies lower than the ion gyrofrequency are responsible for generating the phase coherence.

## 1 はじめに

磁気流体 (MHD) 波動は、宇宙プラズマ中の至る所で見ることのできる波動である。特に地球衝撃波前面のフォアショックと呼ばれる領域では、大振幅 MHD 波動 (典型的に規格化された磁場の振幅が  $\delta B/B_0 \sim 1$  あるいはそれ以上) が頻繁に観測され、また shocklets や SLAMS (Short Large Amplitude Magnetic Structures) と呼ばれる非常に特徴的な波形を持つ波動が存在する [4][9]。このような大振幅 MHD 波動は、フォアショック領域では惑星間磁場 (IMF) が地球衝撃波面の法線方向とほぼ平行であるため、衝撃波面で反射されたイオンビームによって駆動される電磁不安定性により線形成長し、その後太陽風によって輸送される過程で大振幅に発展することが考えられる。またそれと同時に他の波動とも非線形相互作用し、多種多様な波形を生み出す。したがって、波形自身もつ非線形性あるいは波動間の非線形相互作用が大振幅波動の生成、ひいては MHD 乱流への発展に重要な役割を果たすことが考えられる。

MHD 乱流における重要な課題の 1 つとして、荷電粒子の運動の統計 (速度空間における拡散など) が挙げられる。これは準線形理論により議論されてきたが、そこには 2 つの基本的な前提がある。1 つは、波動の振幅が十分小さい ( $\delta B/B_0 \ll 1$ ) という仮定である。もう 1 つの仮定は、波動モード間の位相には相関はない (Random Phase Approximation) というものである。しかしながら上述したようにフォアショック領域などでは、波動の振幅がその平均磁場よりも大

きくなることがしばしばあり、もはや波動の振幅が十分小さいとは言えない。また Shocklets や SLAMS など孤立波的な "構造" が存在することから、位相は必ずしもランダムではないことが考えられる。実際に、波動モード間に有限な位相相関を考慮した場における粒子の加速/拡散過程が数値シミュレーションにより議論されており、準線形理論から期待されるものとは大きく異なることが示されている [5][8]。したがって、このような応用例からも位相分布中の相関というものが MHD 乱流中における物理過程において極めて重要であることが分かる。

このような位相に相関が生まれる例は乱流に限らず、我々の身の回りに数多く見られる。例えば、古くから知られているところでは壁を挟んで背中合わせで掛けられた時計が次第に同期していくことを始めとして、非線形素子で結合された 3 つの振り子やホタルの光の点滅などさまざまである。ここで重要な要因は、非線形性の存在である。線形性は、単に重ね合わせの原理が支配する世界であるが、非線形の世界ではさまざまなモード (または素子) 間で複雑に相互に作用し合い、自らの状態を変化させていくことができ、これは一種の自己組織化ともいえる。

本研究では、まず初めに位相相関を定量化する方法を導入する [3] [7] [11]。次に GEOTAIL 衛星により観測された磁場データを用いて、実際にそのデータ中に位相相関が存在することを示す。最後にその位相相関を生み出す起源と物理機構について議論する。

## 2 位相相関指数

### 2.1 位相分布の原点依存性

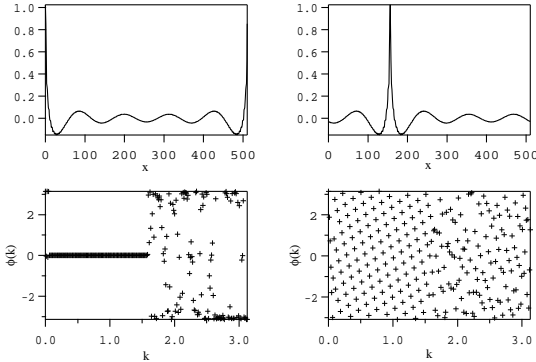


図 1: The coordinate origin dependence of the phase distribution.

まず初めに位相分布の座標の原点依存性について述べておく。Fig. 1 はある 1 つの波形の原点を異なった場所にとり、そのときの各波形の位相分布を示したものである。これから分かるように、たとえ同じ波形であってもその原点をどこにとるかによって、位相分布の様子が大きく変わってくる。一般に観測データを取り扱う際、任意の場所で任意の長さに分割して解析するが、その位相分布自身からは位相相関に関して議論することは非常に困難である。位相相関を定量的に評価する方法を次の 2.2 節で紹介する。

### 2.2 サロゲートデータ法と位相相関指数

観測された時系列データ  $B(t)$  (以後これを OBS とする) に対し、フーリエ変換を行いパワースペクトルと位相分布の情報に分解する。このとき、パワースペクトルの情報を保持したまま、各モード間の位相分布をランダムにしたものと、完全にゼロに揃えたものを作成する。この位相分布の情報と元のパワースペクトルとを各々組み合わせ、逆フーリエ変換を施すことにより、新たな 2 つの時系列データを得ることができる。この方法は、サロゲートデータ法と呼ばれている [6]。ここで、位相をランダムにしてデータを作成したものを Phase randomized surrogate (PRS)、位相を完全にゼロに揃えたものを Phase correlated surrogate (PCS) と呼ぶことにする。このサロゲートデータ法を実際のデータに適用した例を Fig. 2 に示す。

Fig. 2 の左上図は GEOTAIL 衛星により観測された

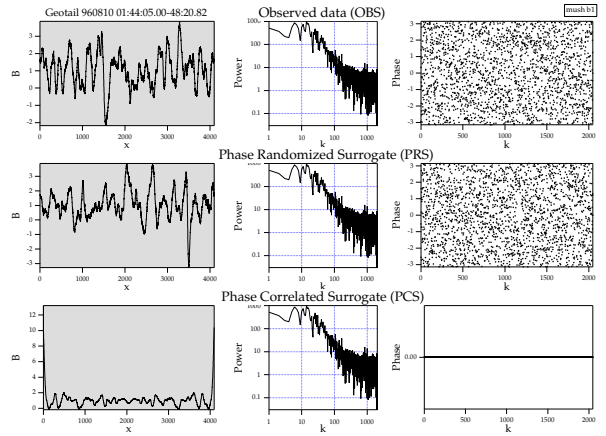


図 2: Making of the surrogate data. From the original time series (OBS, top row), the phase randomized surrogate (PRS, middle row) and the phase correlated surrogate (PCS, bottom row) are generated by shuffling and unifying the wave phase, respectively.

磁場データ (OBS) である。フーリエ変換を施してこのデータのパワースペクトル (中央) と位相分布 (右上) の情報を得る。OBS (右上) と PRS (右中段) の位相分布を比較すると、視覚的にそれらの位相分布の有意な差を見出すことは難しい。しかしながら、実空間における波形の滑らかさを比較することで、その差は非常に明らかなものとなる。位相をランダムにした波形 (左中段) は、非常に細かな構造を持つ一方で、位相を揃えた波形 (左下) は、比較的滑らかであることが分かる。つまり、フーリエ空間の位相分布に存在する波動モード間の位相相関の度合いを実空間における幾何学的性質の違いとして特徴付けることができる。ここでは波形の滑らかさを波形のもつ曲線の長さの違いとして、1 次の構造関数

$$L(\tau) = \sum |B(t+\tau) - B(t)| \quad (1)$$

を用いて定量化する。ここで  $\tau$  は、波形の拡大率を特徴付ける測度である。この長さを OBS、PRS、PCS の各データについて評価し、次のように規格化することにより位相相関指数

$$C_\phi(\tau) = \frac{L_{PRS}(\tau) - L_{OBS}(\tau)}{L_{PRS}(\tau) - L_{PCS}(\tau)} \quad (2)$$

を定義することができる。これにより、時系列データに内在するモード間の位相相関の程度を実際に定量化することが可能となる [3] [7] [11]。

### 3 解析結果

#### 3.1 ウェーブレットフィルター

本研究では、1995年10月8日に GEOTAIL 衛星によって観測された磁場データを解析した。このとき GEOTAIL 衛星は、地球衝撃波前面のフォアショックと呼ばれる領域を通過しており、磁場データは 16 [Hz] ( $\Delta t=0.0625$  [sec]) でサンプリングされている。フォアショック領域は基本的に顕著な乱流状態にあり、そこで観測される磁場データには、孤立波や不連続的な変動が頻繁に見られ、このような局在した波形（構造）が位相の相関に寄与することが考えられる（例えば Dirac のデルタ関数は完全に位相が揃ったホワイトノイズである）。この領域で観測される磁場データ中の位相の相関の存在を調べ、その起源を検討するためには有効な解析方法をとる必要がある。このような波形を解析する場合、線形で定常な現象を仮定しているフーリエ変換では、例え窓関数を用いたとしても時々刻々と変動している波動場の特徴を事細かに見ていくことは困難である。この点においてウェーブレット変換は、波形の局所的な構造を捉えることにおいて非常に優れており、今のような孤立波的な波形を扱う上で最も適した手段であろう。

ある関数  $f(t)$  の連続ウェーブレット変換は、

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

と記述される。ここで  $a$  はウェーブレットスケールであり、 $b$  は時間移動のスケール、そして\*は複素共役を示す。今回我々が用いたウェーブレットスケール  $a$  は、 $a = a_0 2^{m/4}$  ( $m=1, \dots, 40$ ) とし、 $a_0 = 2\Delta t$  とした [10]。さらに、 $\psi(t)$  はマザーウェーブレットと呼ばれる積分核で、本研究ではフーリエモードとの関連性が非常によい Morlet ウェーブレット

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{-i2\pi ft} e^{-t^2/2} \quad (4)$$

を用いた。このときウェーブレットスケール  $a$  は、 $\omega = 2\pi/a$  という関係をもち局所的な角周波数を表す。位相相関の起源を議論するために、ウェーブレットフィルタリングを用いて磁場データの位相相関を評価していく。

Fig. 3 に 1 つの例を示す。これは、GEOTAIL 衛星が比較的地球衝撃波の近傍を移動していたときの例であり、複数個の shocklets が図中に見られる（例えば  $t=1000$  近傍で減衰振動する波形）。Fig. 3 の上図は、GEOTAIL 衛星によって観測された磁場の  $y$  成分であり、下図はそのウェーブレットパワースペクトル

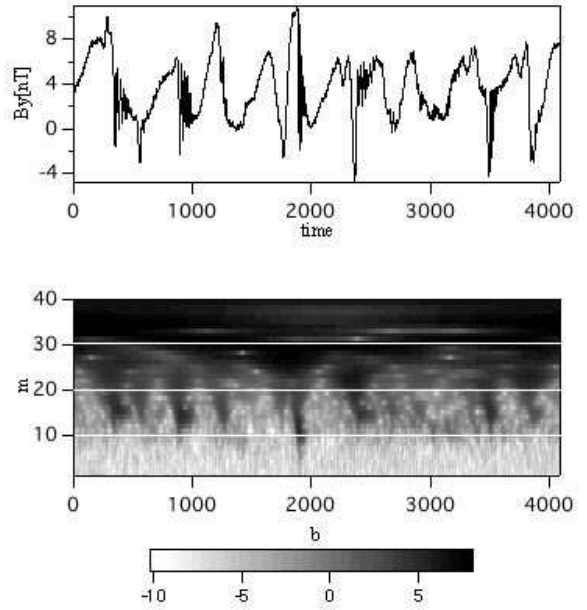


図 3: Magnetic field data observed by GEOTAIL satellite near the bow shock region (top) and its wavelet amplitude (bottom). The magnetic field data was sampled every 0.0625 [sec]. In bottom panel the vertical line represents the wavelet scale index and the bottom line shows time translation.

$|W_f(a, b)|^2$  が示されている。ここで、下図の縦軸は便宜上、ウェーブレットスケール  $a$  のインデックス  $m$  で示してある。

ウェーブレットフィルタリングを行うために、スケールインデックス  $m$  上にある閾値  $m_c$  を決める。次に  $m_c$  以上の波動モードだけを残したものと（ローパスフィルター）、 $m_c$  以下の波動モードだけを残したものと（ハイパスフィルター）の各々に対し、逆ウェーブレット変換を行うことで 2 つのデータを得る。さらにこの低周波成分と高周波成分に分離されたデータそれぞれに対し、位相相関指数  $C_\phi$  を計算することで位相相関に寄与する周波数帯を調べる。ここで  $C_\phi$  は、 $\tau = 1$  について評価されたものを用いた。

Fig. 4 は、Fig. 3 に示したデータに対しこの解析を行って得られた位相相関指数  $C_\phi$  である。で示される曲線は、低周波成分のみを残したデータの  $C_\phi$ 、は高周波成分に対する  $C_\phi$  である。これは非常に興味のある結果を示している。低周波成分の  $C_\phi$  は、 $m_c = 9$  付近までは緩やかな増加を示しているが、それ以後減少の一途をたどる。これとは対照的に、高周波成分では  $m_c = 9$  付近で急激な上昇が見られ、それ以後は元データの  $C_\phi$  に落ち着いていく。今観測から、太陽風速度  $V_{SW} = 500$  [km/s]、太陽風中のプラズマ密度

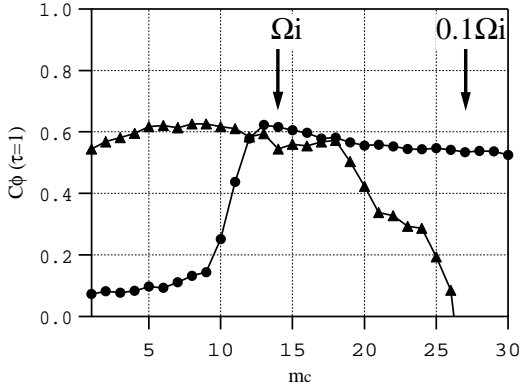


図 4:  $C_\phi$  evaluated for high-pass filtered ( ) and low-pass filtered data ( ). The vertical line represents the phase coherence index estimated at  $\tau = 1$  and the bottom line shows threshold wavelet scale index. In the figure  $\Omega_i$  is the ion cyclotron frequency calculated by using the observed data.

$n \sim 4[cc]$ 、平均磁場  $B_0 = 8[nT]$  であることから、Alfven 速度  $V_A = 87.2[km/s]$ 、イオンサイクロトロン周波数  $\Omega_i = 0.8[rad/sec]$  である。波動は人工衛星が観測される際ドップラーシフトすることを考慮すれば、実際の周波数  $\omega$  に対して

$$\omega' = \omega + kV_{SW} \quad (5)$$

のように観測される。またフォアショック領域で顕著な非線形発展を見せる Alfven whistler 波の分散関係式  $\omega = kV_A$  からドップラーシフトされて観測される周波数  $\omega'$  は

$$\omega' = \omega + \frac{V_{SW}}{V_A} \omega \sim 7\omega \quad (6)$$

となることから、衛星で観測されるイオンサイクロトロン周波数は  $\Omega'_i \sim 7\Omega_i = 5.6[rad/sec]$  と見積もられる。この角周波数は、ウェーブレットのスケールインデックスに換算すると  $m_c \sim 14$  に対応する。これはほぼ高周波成分の  $C_\phi$  がピークを迎えるところであり、低周波成分の  $C_\phi$  がゼロになるスケールはおおよそ  $0.1\Omega_i$  に対応する ( $m_c \sim 27$ )。

### 3.2 局所間欠性指数

時系列データ中のどの波形が位相相関を生成するのに寄与しているのかということにも関心がある。これを調べるのに local intermittency measure (LIM) と呼ばれる量を導入する [2]。LIM は、Farge[1992] によ

り導入された物理量で、ウェーブレットを用いた時間周波数解析で得られるパワースペクトル  $|W_f(a, b)|^2$  を

$$I(a, b) = \frac{|W_f(a, b)|^2}{\langle |W_f(a, b)|^2 \rangle_b} \quad (7)$$

のように規格化した形で表現される。もし  $I(a, b)$  がデータの全期間にわたって 1 であれば、あるスケールにおけるパワースペクトル  $|W_f(a, b)|^2$  は一様であり、時間的な変動がないことが分かる (フーリエ変換の解析期間ではフーリエ振幅が一定という過程と等価)。だがある時間  $b$  に  $I(a, b) > 1$  のものがあれば、そこでは波動エネルギーが間欠的に存在するといえる。前述したように、局在した構造が位相相関に寄与することが期待されるため、この量は位相相関を生成する構造を特定するのに非常に適している。Fig. 5 は、Fig. 3 で評価されたパワースペクトルから評価された LIM である。この図から分かるように、LIM が非常に強い時間は、shocklets や不連続な構造がある時間に一致しており、また Fig. 4 で示された特徴的な周波数帯  $9 < m_c < 27$  の範囲に点在していることが確認できる。このことから有限の位相相関を作り出すのに shocklets などの特徴的な波形が関与していることが示唆される。

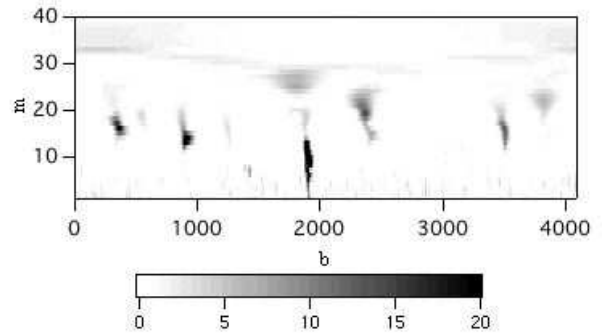


図 5: The local intermittency measure evaluated for the data shown in Fig. 3.

### 3.3 等方性

一般的に、乱流理論では等方性を仮定しているが、宇宙プラズマ中では磁場が存在するためこの仮定はしばしば破られてしまう。そこで次の興味として、空間的に位相相関がどのように分布しているのかに焦点をあてる。これを行うために、直交座標系で観測された磁場  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$  を  $-90[\text{deg}] \leq \theta \leq 90[\text{deg}]$  と  $-180[\text{deg}] \leq \phi \leq 180[\text{deg}]$  という極座標系を用いてパラメータ化する [1]。2次元の  $(\phi - \theta)$  平面上で、

$\mathbf{p} = (\cos \phi \cos \theta, \sin \phi \cos \theta, \sin \theta)^T$  として

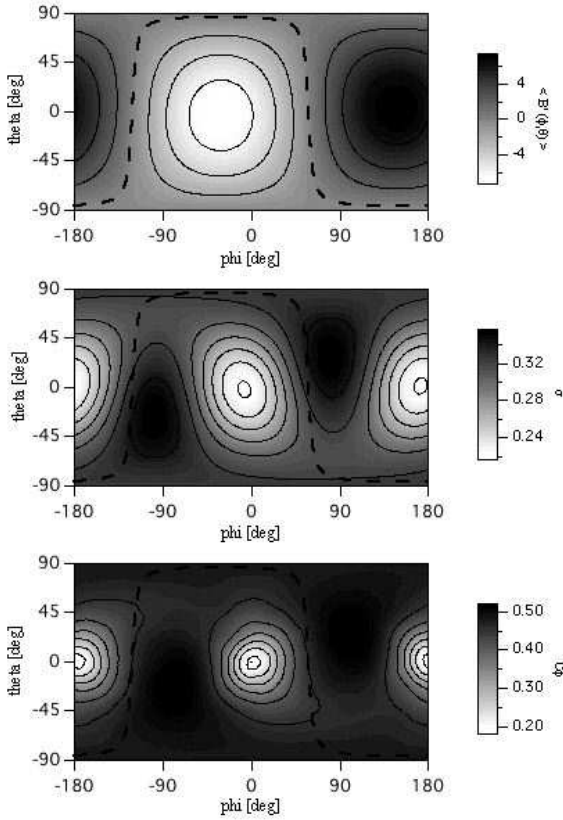


図 6: Spatial distribution in  $(\phi - \theta)$  plane of some statistical properties observed upstream the bow shock. From top to bottom, the average magnetic field  $\langle B'(\phi, \theta) \rangle$ , the fluctuation amplitude  $\sigma$  and the phase coherence index  $C_\phi$  are represented.

$$B' = \mathbf{B} \cdot \mathbf{p} \quad (8)$$

のように  $B'(\phi, \theta)$  を定義する。Fig. 6 の上段は平均磁場  $\langle B'(\phi, \theta) \rangle$  を示しており、最大値の方向は惑星間磁場 (IMF) の方向を示す (IMF と正反対の方向は最小値となる)。ここで図中の 1 点鎖線は  $\langle B'(\phi, \theta) \rangle = 0$  を表す。中段は磁場ゆらぎの振幅であり、これは磁場強度  $|\mathbf{B}|$  で規格化された標準偏差

$$\sigma = \frac{\langle (B' - \langle B' \rangle)^2 \rangle^{1/2}}{\langle |\mathbf{B}| \rangle} \quad (9)$$

で表される。これからゆらぎの振幅は等方的には分布しておらず、ゆらぎが最大となる方向は IMF の方向に対して垂直 (あるいは準垂直) 方向に存在している。この要因としては、データ中に幾つもみられる shocklets などの Alfvén 的な波 (磁気音波も多少混在している) が大きく寄与しているであろう。下段の図に位相相関

指数  $C_\phi$  を示している。これも磁場ゆらぎと同じような分布が見られ、最大値の方向は磁場ゆらぎの方向とほぼ一致している。これらの結果からも、shocklets などの非線形構造が位相相関の起源の有力な候補であるということを示唆している。

## 4 議 論

GEOTAIL 衛星観測による磁場データの解析から得られた結果をまとめると以下ようになる。

1. 地球衝撃波前面のフォアショック領域では比較的高い位相相関が得られることが分かった (最大で  $C_\phi \sim 0.5$ )
2. 位相相関は、主として  $0.1\Omega_i < \omega < \Omega_i$  という周波数帯で生み出されるようである。
3. LIM の解析から、その周波数帯の有限の  $C_\phi$  を生成するのに、shocklets のような特徴的な波形が寄与している。
4.  $C_\phi$  が最大となる方向は、磁場の揺らぎが大きい方向にほぼ一致する (例外も存在する)。

MHD 乱流はプラズマ静止系で幅広い範囲の周波数帯から構成されているが、イオンサイクロトロン周波数よりも低い周波数のもの ( $0.1\Omega_i < \omega < \Omega_i$ ) が主にその位相分布に相関を作り出し、イオンサイクロトロン周波数よりも高い周波数 ( $\omega > \Omega_i$ ) の波動の位相分布をほぼ無相関にしている。つまり後者を取り除くことは  $C_\phi$  を増加させ、前者を取り除くことは  $C_\phi$  を減少させることになる。これから考えられることは、まず初めに地球衝撃波で反射されたイオンビームと太陽風プラズマとのイオンビーム不安定性によりサイクロトロン周波数の 1/10 程度の波動が励起され、その波動が太陽風によって流されるあいだに、エネルギーがサイクロトロン周波数程度までカスケードする過程 (崩壊不安定性など) で位相の相関が作り出されることが期待される。また位相相関生成過程には、このような過程で励起される SLAMS や shocklets などの特徴的な構造が寄与することが十分に考えられる。

## 謝 辞

著者は、数々の助言をいただいた Krashosel'skikh 博士に深く感謝致します。

## 参考文献

- [1] Dudok de Wit T. and V. V. Krashosel'skikh, Non-Gaussian statistics in space plasma turbulence: fractal properties and pitfalls, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 3, 262, 1996.
- [2] Farge M., Wavelet transforms and their application to turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 24, 395, 1992.
- [3] Hada T., D. Koga and E. Yamamoto, Phase coherence of MHD waves in the solar wind, *Space Sci. Rev.*, 2003 in press.
- [4] Hoppe M. M., C. T. Russell, L. A. Frank, T. E. Eastman and E. W. Greenstadt, Upstream hydromagnetic-waves and their association with backstreaming ion populations - ISEE-1 and ISEE-2 observations, *J. Geophys. Res.*, 86, 4471, 1981.
- [5] Kirk J. G., P. Duffy and Y. A. Gallant, Stochastic particle acceleration at shocks in the presence of braided magnetic fields, *Astron. Astrophys.*, 314, 1010, 1996.
- [6] Kantz H. and T. Schreiber, Nonlinear Time Series Analysis, Cambridge University Press, 1997.
- [7] Koga D. and T. Hada, Phase coherence of foreshock MHD waves: wavelet analysis, *Space Sci. Rev.*, 2003 in press.
- [8] Kuramitsu Y. and T. Hada, Acceleration of charged particles by large amplitude MHD waves: effect of wave spatial correlation, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 629, 2000.
- [9] Schwartz, S. J. and Burgess, D., Quasi-parallel shocks: a patchwork of three-dimensional structures, *Geophys. Res. Lett.*, 18, 373, 1991.
- [10] Torrence C. and G. P. Compo, A Practical Guide to Wavelet Analysis, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 61, 1998.
- [11] 山本 英子, Geotail 衛星データを用いた宇宙プラズマ中磁気流体乱流の位相相関解析, 九州大学総理工大気海洋環境システム学専攻 修士論文, 2002.