

Geotail 磁場データを用いた衝撃波上流域における shocklet の統計解析

矢木 定光*1 ・ 羽田 亨*1

Statistical analysis of shocklets in the earth's foreshock region observed by Geotail

Sadamitsu YAGI and Tohru HADA

†E-mail of corresponding author: yagi@esst.kyushu-u.ac.jp

In the foreshock region of the earth's magnetosphere, the so-called 'shocklets', large amplitude ultra-low frequency magnetohydrodynamic (MHD) waves, are often observed. One of the eminent features of these waves is that they are composed of two distinct parts; relatively low frequency, almost linearly polarized wave, and high frequency, elliptically to circularly polarized discrete wave packets. We make statistical analysis of these shocklets, using magnetic field data obtained by Geotail spacecraft. We discuss distribution of such fundamental parameters as the wave propagation direction, compressibility, ellipticity of the discrete wave packets, and correlations among them. Based on the results, we examine whether these waves can be naturally produced via nonlinear evolution of finite amplitude dispersive Alfvén waves.

1. はじめに

磁気圏衝撃波の大きな特徴は、これがいわゆる無衝突衝撃波であることである。通常の衝撃波では、下流域から上流域に物質や波動（などの情報）が伝達することはありえないが、無衝突衝撃波の場合、個々のプラズマ粒子間の衝突頻度は極めて低いため、下流域からプラズマ粒子の一部が上流域に漏れ出てくるのが可能である。また、上流域のプラズマ粒子の中には、衝撃波面で反射されてふたたび上流方向に戻って行く粒子もある。このように、地球磁気圏衝撃波の上流域では、衝撃波から上流域方向に放出される「衝撃波起源のプラズマ」が存在するため、これがひきおこすプラズマ不安定性により様々なプラズマ波動が励起される⁸⁾。これらの波動の中でも低周波のMHD波動は、不安定性により増幅され続けて大振幅となり、非線形発展を行いながら伝播する。このように、磁気圏衝撃波上流域は、多岐にわたる非線形プラズマ波動の物理過程が実際に観測される、非常に興味深い領域となっている。

衝撃波上流域の概略を Fig.1 に示す。太陽起源の磁場は、太陽の自転の影響を受けつつ太陽風に凍結して運ばれるためスパイラル状に拡がり、地球付近では典型的には約45度の角度で入射する。上で述べた衝撃波起源の

プラズマ粒子は、磁力線に沿って上流域に戻ろうとするが、同時に太陽風の流れにより反太陽方向にも運ばれるので、磁力線の方向とは若干異なる方向に、衝撃波起源のプラズマ粒子が存在する境界が作られる。プラズマ中のイオンと電子とでは飛翔速度が異なるので、地球に接する磁力線よりもやや内側に、衝撃波起源の電子が存在する electron foreshock、それよりもさらに内側に、衝撃波起源のイオンも存在できる ion foreshock が形成されることになる。

衝撃波起源イオンの分布関数の観測から、これらには比較的溫度が低くピーム状の Reflected ion、拡散した Diffuse ion、中間型の Intermediate ion の3タイプがあること、またこれらのイオン分布にともなって、それぞれ低振幅の高周波波動、大振幅 MHD 波動、およびこれらが混在した波動、が存在することが報告されている¹⁾。これは、まず衝撃波起源のピーム状のイオン流 (Reflected ion) が、電磁的不安定性により高周波の波動と低周波のMHD 波動を励起するが、高周波波動は比較的小さな振幅で飽和するのに対し、低周波 MHD 波動は成長し続けて大振幅波動となり、またこれにともなってピーム状のイオン流は速度空間で拡散され、高温度の拡散タイプのイオン分布 (Diffuse ion) となる、という一連の物理過程として、おおむね理解されている。低周波 MHD 波動の

*1 九大・総理工

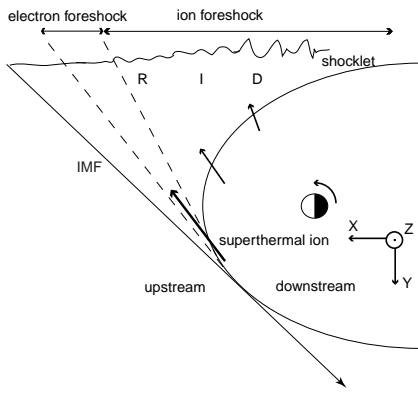


Fig. 1 Sketch of the inferred foreshock structure. The solid straight line denotes a solar wind magnetic field tangent to the earth's bow shock. Suprathermal ions of the bowshock origin stream back into upstream, while they are at the same time convected by the solar wind flow, thus making a clear boundary of the ion foreshock, in which suprathermal ions can be found.

振幅は、磁場の変動成分が背景磁場と同程度あるいはそれ以上、と非常に大振幅となるため、波動は顕著な非線形発展を示す。

地球磁気圏衝撃波の上流域で見られる様々な波動の中で、とりわけ興味深い特徴を持つのが、急峻化した低周波の大振幅波動にほぼ単色の高周波の波動が伴う、いわゆるショックレット (shocklet) と呼ばれる波動である。これまで、地球衝撃波上流域のショックレットに関して、多くの研究がなされてきた^{4,7,9,10)}。

現在でも未解決であるショックレットに関する重要な課題の一つは、ショックレットの高周波部分の成因を解明することである。現在提唱されている説明としては、急峻化した波面でプラズマが反射され、これがひきおこす不安定性により高周波部分が励起されるとの説⁷⁾、そして分散性を持つ大振幅波動の非線形発展により、高周波波動が生じるとの説¹²⁾があるが、未だにはっきりとした結論は出ていない。そこで本研究ではこの高周波部分の成因を探ることを目標として、Geotail 衛星による磁場データを用いて60例以上のショックレットの統計解析を行った。さらに、微分型非線形シュレディンガー方程式をモデルとした計算機実験により波動の非線形発展過程を数値的に求め、衛星データ解析の結果との比較検討を行った。

2. 解析方法

2.1 衛星データ解析

2.1.1 磁場データとショックレットの例

Geotail 衛星は、地球中心から太陽方向を $+x$ 、夕方方向を $+y$ 、地球公道面に対して垂直北向きに $+z$ を座標系

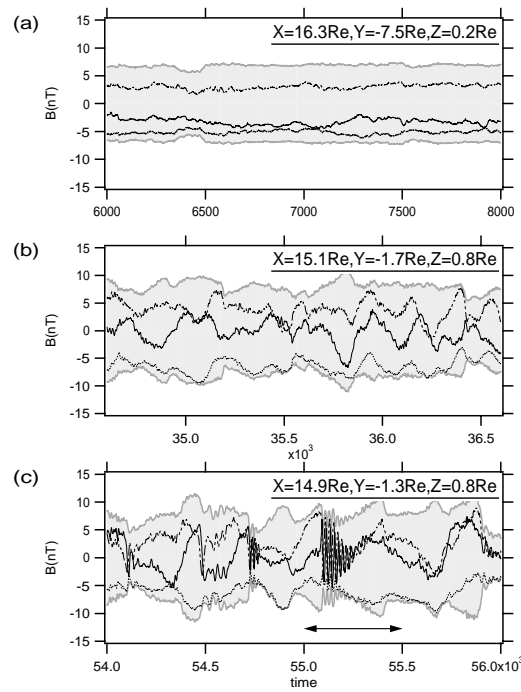


Fig. 2 High resolution measurement of the magnetic field versus time, obtained by Geotail spacecraft on October 8, 1995. The solid and the dashed lines respectively represents the two (out of the three) components of the magnetic field, B_y and B_z , defined in the GSE coordinate system. The area between the envelope ($-|B| < B < |B|$, where $|B|^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$) is shadowed.

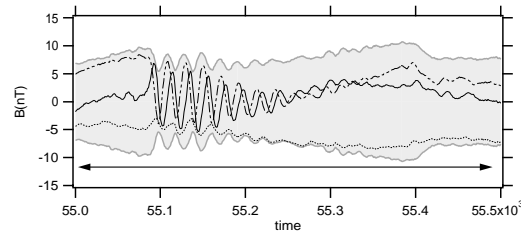


Fig. 3 Magnetic field profiles of a typical shocklet, observed in the same data sequence in Fig.2. The solid, dashed, and dotted lines represents the x , y , and the z components of the magnetic field.

とする GSE 系で3成分の磁場データを、16Hz のサンプリング周波数で観測している。Fig.2 に実際に Geotail によって観測された磁場データの例を示す。衛星が地球から遠い地点から地球に近づきつつあるシーケンスであり、上から順に (a) 比較的小振幅の波動しか認められない、地球から遠い領域、(b) 大振幅の低周波 MHD 波動が存在し、ときおり高周波の波動成分も観測されはじめる領域、(c) 大振幅低周波 MHD 波動に高周波波動が付随する、いわゆるショックレットが多く観測される領域、である。本

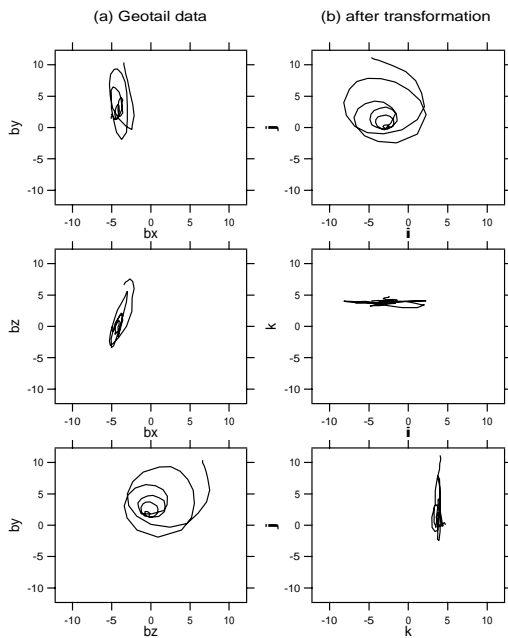


Fig. 4 Hodogram plot of a shocklet. (a) The field in the original coordinate. (b) The same as (a) except that the coordinates are rotated according to the minimum variance analysis. The upper right-hand figure is in the plane of the maximum variance which contains the wave front. The middle right-hand and lower right-hand figures are the side view of this plane. The component of the average magnetic field in the k direction is negative.

研究では、Geotail 衛星により 1995 年 10 月 8 日世界標準時間 (UT:Universal Time)23 時から 24 時で観測された磁場データを用いた。Fig.3 は Fig.2(c) の横線で示した部分のショックレットの拡大図である。急峻化した低周波波動に、ほぼ等間隔に並んだ単色の高周波の波列が付随している様子がわかる。

2.1.2 最小分散解析による波動伝播角の推定

衛星観測により得られた磁場データ (3 成分) の時系列に対して、まず最小分散解析 (*minimum variance analysis*) を行った。

Fig.4 に実際に最小分散解析を磁場データに対して行った例を示す。(a) は Geotail データのもとの座標系 (GSE 系) における磁場データの二次元投影、(b) は最小分散解析を行った後の座標系への投影である。最大分散面以外の面では分散が小さくなっていることが分かる。最小分散解析が精度よく行えるためには、対象とするデータ区間に、できれば単一の波動モードが卓越して存在することが望ましい。異なる伝播方向を持つ複数の波動が共存していれば、明らかに波数ベクトルの方向を一つだけ決定することはできない。本研究では最小分散解析を、主としてショックレットの高周波成分に対して行うが、こ

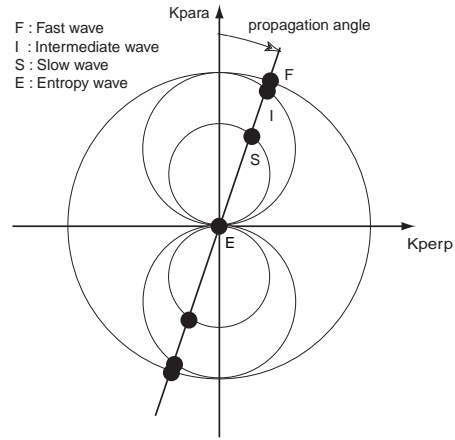


Fig. 5 Friedricks diagram of the magnetohydrodynamic (MHD) waves. For a given propagation direction, both forward propagating and back ground propagating fast (F), intermediate (I), slow (S) waves, and a stationary entropy wave (circle at the origin). These seven waves constitute the orthogonal set of the MHD system.

の波動の部分は概ね単色であり、上の条件をよく満たしていると考えられる。

2.2 計算機実験

2.2.1 計算モデル (DNLS 系)

人工衛星データの解析に加え、計算機実験により大振幅 MHD 波動の非線形発展過程を数値的に求め、衛星データ解析の結果と比較・検討を行った。一般に有限振幅プラズマ波動の非線形発展には、波動間相互作用と波動と粒子の相互作用が寄与するが、ここでは波動間相互作用の効果に焦点をあて、流体的なモデルである微分型非線形シュレディンガー方程式 (*Derivative Nonlinear Schrödinger equation*, 以下 DNLS 方程式) を用いた議論を行う。このモデルにより、観測されるショックレットの特徴がうまく説明できれば、波動の非線形発展は波動間相互作用の結果として解釈できることになる。

DNLS 方程式は、MHD 方程式のサブセットである。以下にこれを説明する。Fig.5 に、MHD 波動のフリードリックス図を示す。図の縦方向が背景磁場に平行方向の伝播、横方向が垂直伝播である。ひとつの伝播方向に対し、それに平行および反平行方向に F (fast wave)、I (Intermediate wave)、S (Slow wave) が 2 モードずつ、さらに非伝播性の E (entropy wave) の 1 モードが定まる。これらの計 7 つのモードは、MHD 系に与えられる任意の摂動を表現する直交基底となっている。波動の伝播が背景磁場に対して準平行伝播の場合、F および I モードの位相速度がほぼ等しいことに注目する。これらの波動とともに動く座標系に乗って磁場の揺らぎを観察すると、F および I モードの波動による磁場揺らぎはゆっくりと

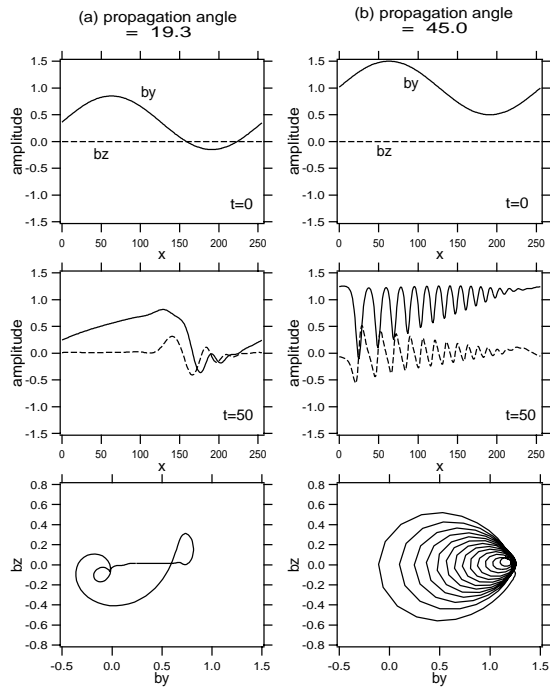


Fig. 6 The DNLS equation is numerically integrated in time. Two examples with different propagation angles are shown here, with (a) $\theta = 19.3$ and (b) $\theta = 45.0$. Steepening of the original wave and generation of the discrete wave packet is apparent. Note that the discrete waves are seen both in b_y and b_z . The bottom panels are the hodogram plots.

した振動として感じられるのに対し、それ以外のモードの磁場揺らぎは速い振動に見えるはずである。したがって、この座標変換後に平均化を施すことにより、7つのモードが混在していたMHD系のなかから、準平行伝播のFとIの2モード（右偏波および左偏波のアルフヴェン波）だけをとりだすことができる。これがDNLS方程式、

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} (|b|^2 b) + i\mu \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

である^{5,6,11}。ここに、 $b = b_y + ib_z$ は x 方向の背景磁場 (B_x) で規格化された複素磁場振幅、 t はイオンサイクロトロン周波数 Ω_i で規格化した時間、 x は C_A/Ω_i で規格化した空間座標、 C_A は B_x を用いて定義したアルフヴェン速度である。また C_S を音速として、

$$\alpha = \frac{1}{4(1-\beta)}, \quad \mu = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{C_S^2}{C_A^2} \quad (2)$$

である。変数のスケーリング ($t \rightarrow \mu t/\alpha^2$, $x \rightarrow \mu x/\alpha$) により (1) は

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (|b|^2 b) + i \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

となる。この式の第2項は非線形効果、第3項はホール効果による分散効果を表す。DNLS方程式の大きな特徴

は、これが多くの境界条件のもとに可積分であることであるが、本研究ではこの方程式を数値的に積分した結果を議論する。

2.2.2 初期値問題

数値計算では、システムサイズ (X_L)=256、空間の刻み幅=0.2、時間の刻み幅=0.001とし、周期境界条件のもとに (3) を時間積分した。空間微分はスペクトル法を用いた。磁場の初期プロファイルとして、

$$b_y = b_{y0} + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi x}{X_L}\right) \quad (4)$$

$$b_z = 0 \quad (5)$$

とした。ここに b_{y0} は、磁場の y 成分のオフセットであるが、同時に波動の伝播角を規定するパラメータでもある。つまり、波動の伝播方向は主軸である x 方向であり、背景磁場は x 方向に $B_x = 1$ 、 y 方向に b_{y0} であるから、これらの間の角度が伝播角となるわけである。

Fig.6に、(a)伝播角19.3度と(b)45度の場合について、波動の非線形発展の様子を示す。上段が初期状態（実線と破線がそれぞれ b_y と b_z を表している）、中段が $t = 50$ における波形である。初期状態では b_y にしか磁場変動を与えていないが、分散効果により b_z にも磁場変動が生じている。両方の例において、初めに与えた長波長の波動が急峻化し、その右端部分から短波長の振動があらわれることがわかる。下段の図は b_y 、 b_z 平面における磁場の軌跡である。これは衛星データを、最小分散解析により座標変換し、最大分散面における磁場の軌跡に対応づけて見ることができる。

計算機実験結果の解析には、 $t = 50$ における b_z 成分を用い、衛星データ解析の場合と同様に、ショックレットの短波長部分についての統計解析を行った。伝播角が大きくなるにつれ、比較的早い時間から急峻化が起こり、短波長部分が形成され広がっていく。特に特徴的なのは、Fig.6(b)で明らかなように、短波長部分の波動の振幅が、ほぼ線形に遷移しているという点である。これは本質的にはDNLS方程式により生成されるソリトン列の性質として理解できる。

衛星データによるショックレットに対して、短波長部分を調べると、やはり波動の振幅が線形に遷移している例が多い。一方、もしも急峻化した長波長波動の波面から反射されたイオンによる不安定性により、短波長成分ができるのであれば、波動振幅は指数関数的に減衰することが期待される。このように、波動と粒子の相互作用を含まない流体モデルであるDNLS系の時間発展によって、観測されるショックレットに類似の波動が形成されるという事実は、ショックレットの短波長部分が、プラズマ不安定性ではなく、分散性を伴う波動の非線形性発展によって自然に作られる、ということを示唆している。

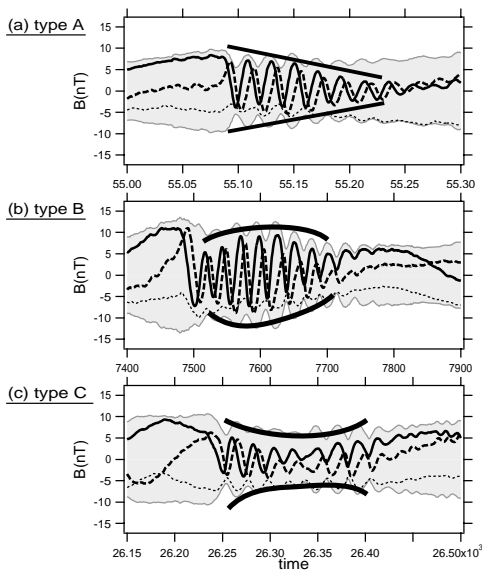


Fig. 7 Classification of the shocklet types defined in the present study. In Type A, wave amplitude of the discrete wave packet part decreases almost linearly, and in Type B, it grows and then decreases. All other unexpected profiles are categorized as Type C, which includes cases in which two different shocklets seemingly are attached to each other.

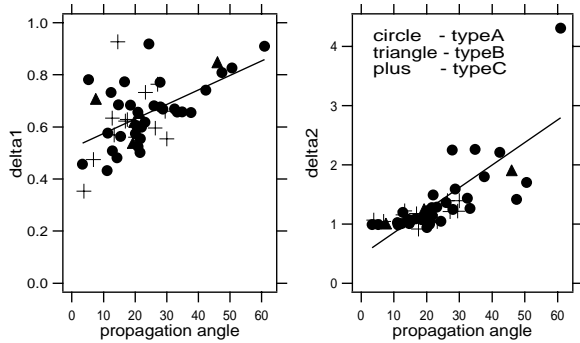


Fig. 8 The normalized magnetic field compression parameters defined in the text versus the wave propagation angle determined by the minimum variance analysis, analyzed for 60 examples of the discrete wave packets. Results in the right and the left panels differ in the way the 'total' magnetic field is defined (cf. equation (7)-(9)). The filled circle, triangle, and the cross represent Types A, B, and C, respectively.

このことを踏まえ、以下の章において観測結果と計算機実験結果の統計を比較し、ショックレットの短波長部分の成因を議論する。

3. 結果

衛星データ解析（60例）と計算機実験結果を用い、ショックレットの高周波部分に関する各種パラメータの

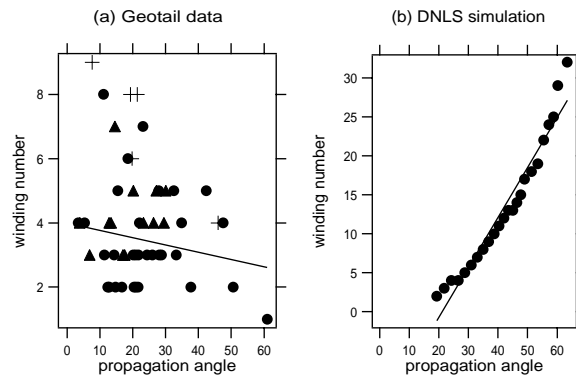


Fig. 9 The winding number (number of rotations of the magnetic field in the i - j plane) of the discrete wave packet is plotted versus the wave propagation angle, using (left) the experimental data and (right) the DNLS simulation.

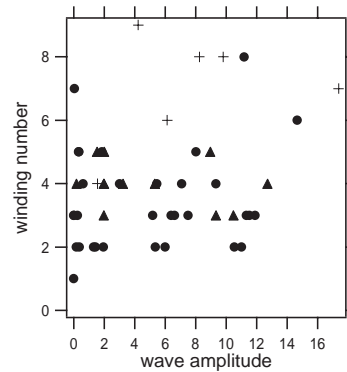


Fig. 10 Winding number is plotted versus the wave amplitude.

統計解析を行った。今回議論する物理量は、巻き数、波長、振幅減衰率である。

以下に衛星データ解析と計算機実験結果を比較して議論する。Fig.7に示すように、観測されたショックレットを、その高周波成分の包絡線の減衰の傾向により、3種類のタイプに分類した。それぞれ、(a) 包絡線が直線的、すなわち線形であるタイプ、(b) 包絡線が一度大振幅となり再び減衰するタイプ、(c) 上のいずれにも属さないタイプ、とした。最後の(c)のタイプには、例えば2つの独立なショックレットの高周波部分が重なって生じたように見えるものなどが含まれる。以下のデータ解析の結果を示す際に、これらを順に、 \bullet 、 \blacktriangle 、 $+$ で表す。線形で減衰する(a)タイプが最も多く観測されるため、解析の際には特にこのタイプについて注目する。

Fig.8に、包絡線の揺らぎの大きさと最小分散解析によって求めた波動の伝播角との相関を示す。先に述べたように、波動が完全に平行伝播な場合、包絡線は一定のままである。一方斜め伝播の場合、その包絡線には波動

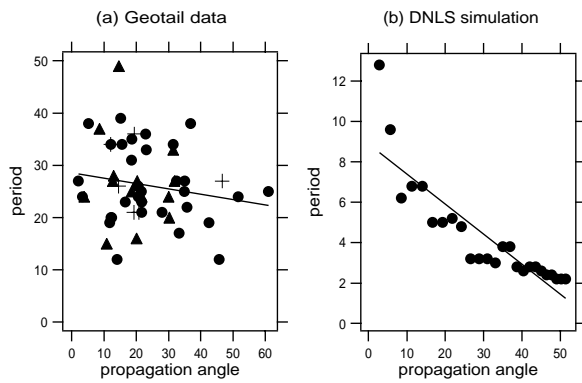


Fig. 11 The average 'wavelength' versus the propagation direction.

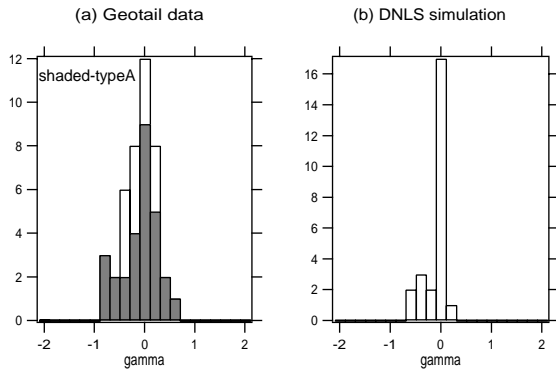


Fig. 12 Histogram of the parameter γ , which represents the way the wave envelope amplitudes decays spatially (see definition in the text).

による揺らぎがあらわれることが期待される。ここでは2つの無次元パラメータ、 δ_1 と δ_2 を以下のように定義した、

$$\delta_1 = \frac{\delta|b_{total}|}{|\delta b_{perp}|}, \quad \delta_2 = \frac{\delta|b_{perp}|}{|\delta b_{perp}|}$$

ここに、

$$\delta|b_{total}| = \sqrt{b_i^2 + b_j^2 + b_k^2}, b_{perp} = \sqrt{b_i^2 + b_j^2}$$

である。パラメータ、 δ_1 と δ_2 の違いは、磁場の大きさの変動を定義する際に、主軸の方向の磁場成分を考慮に入れるかどうか、という点にあるが、どちらのパラメータを用いても、伝播角と包絡線の振れとの間に正の相関を確認できた。図中の直線は、最小二乗法による線形フィットである。一方、ショックレットのタイプ別に、顕著な傾向の相異は見られない。Fig.9とFig.10は巻き数、つまりショックレットの高周波部分の ij 平面における磁場の回転数についての統計である。巻き数と伝播角の関連をFig.9に示す。計算機実験では、伝播角が大きくなるにつれ高周波部分の波長が短くなり、かわりに巻き数は多くなるが、実際のデータからはこのような傾向は見出

だせなかった。一方、ショックレットが大振幅であるほど、巻き数も多くなることが期待される。そこで、巻き数と高周波部分の始りの部分の振幅との相関を見たのがFig.10である。両者の間には正の相関があるようにも見えるが、その傾向は顕著ではない。観測データの解析結果であるFig.9およびFig.10には、波動伝播角に対する依存性と波動振幅に対する依存性の両方が混在しているため、現在よりも十分に多いショックレットの観測例を用いて、これらを独立なパラメータとして扱う解析を行う必要がある。

Fig.11に、ショックレットの「高周波部分の波長」と波動伝播角との関係を示す。縦軸に用いた物理量は、観測データ(左図)では、高周波部分の波長に対応する部分のデータポイント数である。観測、計算機実験ともにオーダーの評価であるが、どちらも「波長」として数百から千 km 程度の値となる。つまり観測されるショックレットの高調波部分の波長が、流体モデルであるDNLS方程式によりほぼ説明される。

次に、「波長」の伝播角依存性について調べる。逆散乱法によるDNLS系のソリトン波列生成の解析によれば¹¹、波動の振幅が同じであれば、波長は伝播角が大きくなるにしたがい減少することが期待されるが、計算機実験結果はほぼこの推定どおりとなっている。一方、観測データでは「波長」と伝播角の間には、若干の負の相関があるように見えるが明確ではない。

ショックレットの高周波部分の著しい特徴は、多くの場合、その波動強度の空間的減衰が「線形」に見えることである。これは、たとえばプラズマ不安定性により点源から励起される波動強度が指数関数的に拡がることと対照的である。そこで、高周波部分の波動列に対し、大きい方から順に振幅を a_1 、順次 a_2 、 a_3 として、減衰に関する指数 γ を

$$\gamma = \frac{a_1 a_3}{a_2^2} - 1$$

と定義した。波動列の減衰が指数関数的であれば、 $\gamma = 0$ となり、また波動列の減衰が線形であれば、 $\gamma < 0$ となるはずである。観測データおよび計算機実験により作られたショックレットに対してこのパラメータを評価し、そのヒストグラムを描いた結果をFig.12に示す。観測データについては、タイプ(a)のデータをグレーで塗りつぶして表している。

計算機実験結果によれば、明らかに $\gamma < 0$ の領域にデータが集まっている。計算機実験結果の場合ほど顕著ではないが、観測データにもこの傾向は見られる。しかし、上のいくつかの解析の場合と同様、ここでも衛星観測によるショックレットのデータ数を増やし、統計的に有為な結論を導きだすことが今後の課題である。

4. ま と め

(1) Geotail 衛星により観測された 60 例のショックレットの磁場データを用い、ショックレットの高周波部分についてのいくつかの基本的パラメータの統計解析を行った。高周波部分の磁場包絡線の揺らぎは波動の斜め伝播に由来することを見出した。また、磁場の巻き数および波長についての統計を議論した。さらに磁場包絡線の空間減衰の傾向を表す指数 γ を定義し、これを評価した。

(2) 観測データの統計を、微分型非線形シュレーディンガー方程式 (DNLS) の初期値問題の解として得られるショックレット (によく類似した波形) と比較した。高周波部分の空間スケールが同程度 (イオン慣性長の数倍から 10 倍程度) であること、また磁場包絡線の空間減衰の傾向が指数関数的 ($\gamma = 0$) ではなく線形的 ($\gamma < 0$) であることより、流体モデルである DNLS から得られる波動は観測されるショックレットと本質的に同じものであることが示唆される。つまり、ショックレットの高周波部分の成因は、プラズマ不安定性によるものではなく、分散をもつ非線形波動の時間発展により生成されるものであることを示した。

(3) いくつかの統計量の議論においては、はっきりとした結論を導きだすために、これまでよりも多くのショックレットの例を用いることが必要である。

(4) さらに多点観測衛星のデータを用いて、時間変化と空間変化の分離を行い、さらに伝播方向とそれに垂直方向の構造の違いを解析すること、また 2 次元 (以上) の MHD コードやハイブリッドコードを用いて、さらに現実に近い状況を模した計算機実験を行うことが今後の課題として考えられる。

参 考 文 献

- 1) M.M.Hoppe and C.T.Russell, characteristics of the ULF Waves Associated with Upstream Ion Beams, *J. Geophys. Res.*, 87, 643, 1982
- 2) M.M.Hoppe and C.T.Russell, Plasma Rest Frame Frequencies and Polarizations of the Low-Frequency Upstream Waves: ISEE 1 and 2 Observations, *J. Geophys. Res.*, 88, 2021, 1983
- 3) M.M.Hoppe and C.T.Russell, Upstream Hydromagnetic Waves and Their Association with Backstreaming Ion Populations: ISEE 1 and 2 Observations, *J. Geophys. Res.*, 86, 4471, 1981
- 4) P.Muret and N.Omidi, Analysis of steepened magnetosonic waves using wavelet transforms and neural networks, *J. Geophys. Res.*, 100, 23465, 1995
- 5) K.Mio, T.Ogino, K.Minami and S.Takeda, Modified Nonlinear Schrödinger Equation for Alfvén Waves Propagating along the Magnetic Field in Cold Plasmas, *J.Phys. Society.*, 41, 265, 1976
- 6) T.Hada, R.L.Hamilton and C.F.Kennel, the Soliton Transformation and a Possible Application to Nonlinear Alfvén Waves in Space, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 779, 1993
- 7) T.Hada and C.F.Kennel, Excitation of Compressional Waves and Formation of Shocklets in the Earth's Foreshock, *J. Geophys. Res.*, 92, 4423, 1987
- 8) D.D.Sentman, J.P.Edmiston and L.A.Frank, Instabilities of Low Frequency Parallel Propagating Electromagnetic Waves in the Earth's Foreshock Region, *J. Geophys. Res.*, 86, 7487, 1981
- 9) G.Le, C.T.Russell and E.J.Smith, Discrete Wave Packets Upstream from the Earth and Comets, *Adv. Space Res.*, 9, 363, 1989
- 10) G.Le, C.T.Russell, a Study of ULF Wave Foreshock Morphology: Spatial Variation of ULF Waves, *Planet. Space. Sci.*, 40, 1215, 1992
- 11) Mjølhus, E. and T. Hada, Soliton theory of quasi-parallel MHD waves, in *Nonlinear Waves and Chaos in Space Plasmas*, ed. T. Hada and H. Matsumoto, Terra Publishing Co., Tokyo, vol.1, pp.121-170, 1997.
- 12) Wong, H. K., M. L. Goldstein, Proton-beam generation of whistler waves in the earth's foreshock, *J. Geophys. Res.* 92, 12419-12424, 1987.